BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
14
3 M
10

11/11/1992

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

14-21. G. 1

59. 3. 46.

59
e
46

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

OPVSCVLVM GEOMETRICVM

DE

LINEA SINVVM ET CYCLOIDE

Auctore

ANTIMO FARBIO



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ROMAE,

Typis HH. Franciſci Corbelletti. 1659.

SVPERIORVM PERMISSV.

Digitized by Google

Imprimatur ſi videbitur Reuerendiſsimo P. Magiſt. Sac. Pal. Apoſtol.

M. A. Oddus Epiſc. Hyerap. Viceſg.

Imprimatur

Fr. Donatus Carneſechius Reuerendiſſ. Pat. Magiſt. Sac. Palat. Apoſtol. Socius Ord. Præd.

Digitized by Google

Ad Illuſtriſſimum

ABBATEM GRADIVM.

DE quadam linea, quam ſinuum voco, cuius aliquot proprietates nuper demonſtraui, tecum mihi ſemel, iterumq. ſermonem fuiſſe memini, Vir Illuſtriſsime; *commenta mea, vt tute ſcis, preſſa apud me ac repoſita ſeruare cogitaueram; ſed à quodam Anonymo, Inſigni, vt præſefert, Geometra, ad aliquot problemata demonſtranda ſollicitatus, cum ad propoſitum finem, eiuſdem lineæ ductu, quaſi Ariadnæ filo, iuxta facilè atque fæliciter peruenerim, facere non potui, quin nugas illas meas manumitterem, & publica libertate donatas, clariſſimo tuo nomini, quod per tuam humanitatem mihi liceat, inſcriberem: Methodus à me inita non omnino Caualeriana eſt, parum tamen ab illa diſcrepat: elementaria ſuppono, cum hæc rudioribus Tyronibus non ſcribam: quædam alia præ-*

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

mitto, breuiter tamen demonſtrata, quæ mihi ſunt poſitionum loco. Ceterùm rem mihi gratiſſimam feceris, ſi velocibus ſaltem ac currentibus oculis luſtrare digneris; quid enim te omnigena literatura instructum, nec non maioribus vacantem ſtudijs, in nugis diutiùs detinerem; hæc amicitiæ noſtræ facilè dabis; ſi tamen tuus ille Riccius veſtrorum Geometrarum facilè Coryphæus per te adduci poſſit (nec enim mihi tantùm arrogo) vt hæc etiam legat, id me ſummæ gratiæ loco habiturum, tibi perſuadeas velim; Porro ſi hæc non prorſus ingrata tibi acciderint, centuriam illam meam de maximis & minimis, cuius aliquando inter colloquendum, mentionem feci, aliaque opuſcula geometrica publici iuris faciam, vt maiori, vniuerſæ, quam paro, Geometriæ codici prælùdant. Vale Kalend. Octobris An. CIↃIↃCLVIII.

Digitized by Google

Definitio I.

Lineа ſinuum eſt ſinuum rectorum, arcui quadrantis deflexo ordinatim applicatorum terminatio, vel eſt

Linea curua, deſcripta ab extremo puncto ſemidiametri, aſcendentis, motu æquabili, per arcum deflexum quadrantis, accedente ad punctum oppoſitum, iuxta rationem ſinus verſi arcus decurſi. Vtraque definitio in prima propoſitione explicabitur.

Definitio II.

Cyclois eſt compoſitarum ex ſinubus & ſuperioribus arcubus diametro eiuſdem circuli ordinatim applicatarum terminatio; vel eſt Linea curua deſcripta à puncto mobili motu mixto ex motibus orbis & centri æqualibus.

Vtraque in 23. prop. explicabitur.

Definitio III.

Figura procedere dicitur per ſua elementa, in qua accipiuntur parallelæ baſi lineæ, ſi baſis linea eſt, vel ſuperficies parallelæ, ſi baſis eſt ſuperficies. Fig. 1

Explicatur. Sit rectangulum *m d.* accipiantur quotcumque parallelæ baſi *m n*, vt *p o*, &c. dicitur rectangulum *m d*, procedere per *m n*, *p o*, aliaque huiuſmodi elementa: pari modo cylindrus *m d*, procedit per plana circularia *m n p o*. &c. item triangulum *m a n*, per lineas *m n*, *p u*, conus *m n a*, per circulos *m n*, *p u*, &c.

Definitio IV.

Figura Iſoparallela eſt, quæ procedit per elementa baſi æqualia, vt rectangulum, cylindrus, priſma, &c.

Definitio V.

Homogeneæ figuræ ſunt, quæ procedunt per elementa proportionalia, v.g. rectangulum *m d*, & cylindrus *m d*, ſunt homogeneæ figuræ, quia vt linea *m n*, ad *p o*, ita planum *m n*, ad planum *p o*.

Definitio VI.

Centrum grauitatis eſt illud, ex quo ſuſpenſa perpendiculo quantitate, æquipondium eſt.

Definitio VII.

Libra eſt linea cuius extremitatibus annexa pondera, & perpendiculo ſuſpenſa, ex aliquo eiuſdem lineæ puncto, faciunt æquipondium.

Digitized by Google

Definitio VIII.

Momenta ſunt appenſorum ponderum niſus inuicem comparati.

Poſitio I.

Figuræ Homogeneæ eiuſdem generis, altitudinis & baſis, ſunt æquales; eiuſdem altitudinis ſunt vt baſes; eiuſdem baſis ſunt vt altitudines; diuerſæ baſis & altitudinis ſunt in compoſita baſium & altitudinum. Sint duæ figuræ homogeneæ eiuſdem generis *b a e*; *b c d* eiuſdem baſis & altitudinis; illæ ſunt æquales, vt enim *a e*, eſt æqualis *c d*, ita *e i*, æqualis *i* k, atque ita de cæteris; igitur ſunt æquales: ſint eiuſdem altitudinis, non baſis, *a b c*, *a b d*, ſunt vt baſes *a d*, *a c*, vt enim *a d*, ad *a c*, ita *e* k, ad *e i*, atque ita de cæteris; igitur *a b d*, eſt ad *a b c*, vt *a d*, ad *a c*, ſint eiuſdem baſis, non altitudinis, *a b c*. *a e c*. ſunt vt altitudines *a b*, *a s*. vt enim *a b*, ad *a s*. ita *g i*, ad *g l*. atque ita de cæteris; igitur *a b c*. eſt ad *a e c*, vt *a b*. ad *a e*. ſint demum diuerſæ baſis & altitudinis *a b d*. *a e c*. ſunt in compoſita baſium & altitudinum, id eſt vt rectangula ſub *b a*, *a d*, & ſub *e a*, *a c*. nempe *a e c*, eſt ad *a b c*. vt rectangulum ſub *e a c* ad rectangulum ſub *b a c*, *b a c* verò eſt ad *b a d*, vt rectangulum ſub *b a c*, ad rectangulum ſub *b a d*. igitur *e a c*. eſt ad *b a d*, vt rectangulum ſub *e a c*. ad rectangulum ſub *b a d*, id eſt in compoſita ratione ex rationibus *a e* ad *a b* & *a c* ad *a d*. Si baſis ſit planum erunt figuræ vt iſoparallela ſub baſibus & altitudinibus. alijs porro figuris homogeneis idem modus demonſtrandi applicabitur.

Poſitio II.

Quadrans eſt ad triangulum in compoſita ex ratione ſemidiametri ad altitudinem, & ex ratione arcus quadrātis ad baſim trianguli. Sit quadrans *a d c*, & quodlibet triangulum *a e b*, dico eſſe homogeneum quadranti; vt enim *a e* ad *e h*, ita *a b*, ad *b f*, igitur vt *a c*, ad *a b*, ita *c b* ad *b f*. ſed vt *a c* ad *a b*, ita arcus *c d* ad arcum *b e*. igitur figuræ procedunt per elementa proportionalia, per d. 3, igitur ſunt homogeneæ, per d. 5. igitur ſunt in compoſita baſium & altitudinum per poſit. 1, eſt autem baſis quadrantis, eiuſdem arcus; altitudo verò, eiuſdem radius, vel ſemidiameter.

Fig. 2.

Coroll. I.

Hinc aſſumpta baſi trianguli *c g*, æquali arcui *c d*, & altitudine *c a*, triangulum *a c g* erit æquale quadranti *a c d*. aſſumpta baſi minore, vt *c* k, vel maiore, vt *c b*, erit *a c* k ad *a c d*; vt *c* k ad *c g*; & *a c b* ad *a c d*, vt *c b*, ad *c g*, denique *b c* k ad *a c d*. vt rectangulum ſub *b c* k, ad rectangulum ſub *a c g*. Co-

Coroll. II.

Hinc rectangulum ſub radio *ae* & dimidia *eg* eſt æquale quadranti *aed.* igitur rectangulum ſub *ae* & dupla *eg* eſt æquale circulo; ſub quadrupla vero *eg.* eſt duplum circuli. Hinc demum quilibet ſector, puta *aem* eſt ad triangulum, puta *aek* vt arcus *em.* ad *ek.*

Poſitio III.

Cylindrus eſt ſeſquialter Hemiſphærij eiuſdem altitudinis & baſis. ſit quadrans *alb.* rectangulum *al.* triangulum *bml,* voluantur circa *bl;* gignitur Hemiſphærium ab *abl* cylindrus ab *al.* conus à *bml:* his poſitis, genitum à trilineo *aml* eſt homogeneum cono genito à *blm.* cum enim circuli ſint vt quadrata radiorum; ſit quælibet *eg.* quadratum *ge,* vel *bd* adæquat quadrata *gd* & *gb* vel *gf.* igitur genitum à *ge* adæquat genitum à *gd* & *gf* vel *de.* igitur genitum à *gf* æquale eſt genito à *de.* igitur genitum ab *lm* eſt ad genitum ab *fg* vt ad genitũ à *de.* igitur genita à trilineo *aml* & triangulo *bml* ſunt homogenea, per d.5. ſunt autem eiuſdem baſis, genitæ ſcilicet ab *lm;* & altitudinis *bl.* igitur ſunt æqualia, per poſit. 1. cum igitur genitum à triangulo *bml* ſit * cylindri geniti ab *al.* erit quoque * eiuſdem cylindri genitum à trilineo *aml.* igitur genitum ab *al* ſcilicet hemiſphærium, eiuſdem cylindri * adæquat. igitur cylindrus eſt ſeſquialter Hemiſphærij.

Fig. 3.

* 1/3 * 1/3 * 2/3

Poſitio IV.

Superficies Hemiſphærij eſt æqualis ſuperficiei cylindri eiuſdem baſis & altitudinis demptis baſibus; nempe Hemiſphærium eſt homogeneum cono; vt enim genitum ab *lm* ad genitum à *gf,* ita genitum ab arcu *la* ad genitum ab arcu *gp,* ſcilicet vt quadrata *lm,* *gf;* eſt autem communis altitudo *bl;* igitur figuræ ſunt vt baſes, ſed Hemiſphærium eſt duplum coni, per poſit 3. igitur baſis coni genita ab *lm,* eſt * ſuperficiei Hemiſphærij genitæ ab arcu *la.* eſt autem ſuperficies cylindri genita ab *am* dupla circuli geniti ab *lm.* nempe æqualis rectangulo ſub *am* & quadrupla arcus quadrantis, per Coroll. 2. poſit. 2. igitur ſuperficies cylindri æqualis eſt ſuperficiei Hemiſphæri; Hinc ſuperficies ſphæræ quadrupla maioris circuli. * 1/2

Alio modo. Hemiſphærium eſt homogeneum cono; igitur illius * ſuperficies ducta in * altitudinis *bl.* producit ſolidum; cylindrus verò quatenus procedit per ſuperficies cylindricas eſt homogeneus * triangulo, igitur ſuperficies genita ab *ma* ducta in * *ml.* vel *bl.* producit ſolidum; eſt autem ratio productorum, ſeu ſolidorum * altera ratio eſt * igitur altera, quæ eſt ſuperficierum, eſt * igitur ſuperficies æquales ſunt.

* 1/3 * 1/2 * 1/2 * 3/2 * 1/1

Poſi-

Poſitio V.

Secta ſphæra per plana parallela, ſegmenta ſuperficiei ſphæricæ ſunt vt ſegmenta diametri, ad angulos rectos à planis ſectæ: ſit v. g. planum *e k*. dico ſuperficiem genitam ab arcu *a d*. eſſe ad genitam ab arcu *d l*, vt *b g*. ad *g l*. nempe genitum ab *a b m*. eſt æquale hemiſphærio, per Poſit. 3. eſtque genitum ab *a b e*, procedens per ſuperficies cylindricas, quarum prima eſt genita ab *a e*. homogeneum genito ab *a b d*. procedenti per ſphæricas, quarum prima eſt genita ab *a d*. cum autem genitum à *g f* ſit æquale genito à *d e* & cũ genitum à *b f g* ſit ad genitum à *b e d* vt baſis genita ab *f g* ad genitam à *d e*, erit genitum à *b f g* æquale genito à *b d e*. ſed genitũ à *b f g* æquale eſt genito à trilineo *a e d* ſublato autem communi genito à trilineo *u e d*, erunt reſidua æqualia, genita ſcilicet à *b u d*. & *a e u*. igitur genitum à *b a d* æquale genito à *b a e*. ſed hæc ſunt homogenea, eiuſdem altitudinis *a b*. igitur & eiuſdẽ baſis per poſit. 1. ſunt autem baſes genitæ ab *a e*. & arcu *a d*. ſed genita ab *a e* eſt ad genitam ab *e m*. vt *a e* ad *e m*. vel vt *b g*. ad *g l*. igitur genita ab arcu *a d* ad genitam ab arcu *d l*, vt *b g*. ad *g l*. idem aſſumpto quolibet alio puncto demonſtrabitur; igitur ſegmenta ſuperficiei hemiſphærij ſunt vt ſegmenta ſemidiametri ab iiſdem planis; igitur ſegmenta ſuperficiei ſphæræ vt ſegmenta diametri.

Poſitio VI.

Si vt *a d* radius quadrantis *a d* K. vel ſinus totùs ad *d i* ſinum Fig. 4. rectum anguli *b a l*, ita *d i* ad *d e*, erit *a d* ad *a i*., vt *a i*. ad *a e*. cuius & *a d* differentia eſt eadẽ *d e*. quæ eſt ſinus verſus anguli *d b i* dupli *d a i*. in quadrante *d b m*. ſub radio *b d*. ſubduplo prioris *a d*. nempe ſubtenſa *d h* & omnes aliæ ſecantur bifariam à peripheria *d m a*. hæc conſtant ex elementis.

Poſitio VII.

Si ſit qualibet figura, puta ſemicirculus *a b m*. quæ voluatur circa Fig. 5. *a c*. genitum ab *a m b*. eſt ad genitum à rectangulo *a l* vt iſoparallelum ſub baſi *a m b* & altitudine *a m*. ad parallelepipedũ ſub baſi *a l* & altitudine *a m*. nempe genitum ab *a m* eſt ad genitum à *d i*. vt quadradum *a m* ad quadratum *b i* minus quadrato *b d*, id eſt ad rectangulum ſub baſi *d i*. & altitudine *a m*, idem qualibet alia aſſumpta demonſtratur, igitur genitum ab *a m b* eſt ad genitum ab *a l*. vt iſoparallelum, ſub baſi *a m b* & altitudine *a m* ad parallelepipedum eiuſdem altitudinis, ſub baſi *a l*. Si aſſumatur qualibet alia figura, v. g. triangulum *a m b*, vel quodlibet aliud trilineum, idem prorſus demonſtrabitur.

Poſitio VIII.

Figuræ homogeneæ eiuſdem altitudinis habent centrũ grauitatis à baſi æquidiſtantia. Sint *cab*, *eab* figuræ homogeneæ, ſit *da* diſtantia centri grauitatis figuræ *cab* à baſi *ac*; erit eadem centri figuræ *eab* à baſi *ae*; ſi enim perpendiculo *df*, ſuſpendatur *cab* erit æquipondiũ; igitur momenta trapezij *acfd* & trianguli *dfb* ſunt ęqualia; at ſunt in compoſita quantitatum & diſtantiarum permutando; cum autem ſit trapezium *adge* ad *dgb*, vt eſt *adfc* ad *dfb*; ſit in *ol* centrum grauitatis *dfb*; ſitque vt trapeziũ *adfc* ad *dfb*, ita *od* ad *di*, erit trapezij centrum in *ib*; igitur & centrum *gdb*, in *om*, & trapezij *adge*, in *i*K; igitur totius figuræ *abe* in *dg*, idem in quibuſuis alijs homogeneis, ſiue ſolidis, ſiue planis demonſtratur: hęc curſim ac breuiter indico, quę apud Caualeriũ exercit. 5. p. 9. & alios, qui de ſtatica in rigore geometrico ſcripſerunt, fuſius demonſtrata inuenientur; igitur cum hæc ſupponi poſſint, breuiter indicaſſe ſatis erit. Fig. 6.

Poſitio IX.

Si duæ figuræ, v.g. *ea*, *bae*. in communi axe *ba* librentur, erũt momenta vt ſolida ab eiſdem circa *ba* reuolutis genita, quia momenta ſunt in compoſita ex ratione quantitatũ, & ex ratione diſtantiarum centri vtriuſque figuræ ab axe communi *ba*. igitur momentum K*g* eſt ad momentum *gi*, in compoſita ex ratione totius ad totam, & dimidiæ ad dimidiam, id eſt in duplicata *g*K ad *gi*, id eſt vt quadratum *g*K ad quadratum *gi*, id eſt vt genitum à *g*K. ad genitum à *gi*. idem qualibet alia aſſumpta oſtendetur; igitur momentum totius *ea* eſt ad momentum *bae* vt genitum ab *ia* ad genitum à *bae*. hæc breuiter indico; videri poſſunt fuſiùs demonſtrata apud citat. Caualer. & Torricellum de dimens. parab. lem. 31. Fig. 7.

Coroll.

Hinc data ratione figurarum & diſtantiarum ab vtroque centro, v.g. *gf*, *gb* cognoſcitur ratio ſolidorũ, ſeu genitorum ab eiſdem figuris & viciſſim, data ratione ſolidorum, & diſtantiarum, habetur ratio figurarum & data ratione ſolidorum & figurarum habetur ratio diſtantiarum.

Propoſitio I.

Figura homogenea figuræ ſinuum, cuius baſis quadrupla eſt axis, æquat ſuperficiem hemiſphærij, ſub radio, æquali baſi figuræ ſinuum. Fig. 8.
Vt hæc propoſitio intelligatur, aliquid conſtructionis adhibendum eſt. Sint *bae* ad angulos rectos, ſitq. *ae* quadrupla *ab*; ſit quilibet quadrãs *apl*, eius arcus *al* diuiſus bifariã in *f*, ſinus *fz*. diuidatur

ab biſariam in *d*, ſitque vt ſinus totus *ap* ad *ſz* ita *ae* ad ordinatim applicatam *db*. eodem modo inuenientur aliæ ordinatim applicatæ, arcu *al* & recta *ab* proportionaliter diuiſis; denique per extremitates applicatarum curua *bbe* ducti cenſeatur; ſit *aq* æqualis *ab*, ſitque vt *ae* ad *db* ita *ae* ad *dK*. idemque fiat in alijs applicatis, erit figura *abKq* homogenea figuræ *abbe*. ſit demum *ae* ad *ab* vt radius, vel ſemidiameter ad arcum quadrantis, ſit *ap* æqualis *ae*, ſitque *di* æqualis *ſz*; & ſimiliter applicentur alij ſinus; erit *btp* linea ſinuum, vocetur autem *abp* figura ſinuum, *ab* axis, *ap* baſis, *apl* quadrans genitor; *ebt* ſegmentum rectum, *γtp* ſegmentum verſum, *et*. *di*, ordinatim applicatæ; *tγ* parallela axi, *aetp* trapezium figuræ rectum; *abtγ* trapezium verſum, genitum à figura circa *ba* ſolidum rectum, circa *ap* ſolidum verſum. conſtat autem, *ae* quadruplam *ab* æqualem eſſe peripheriæ circuli, ſub radio *ae*, vel *ap*; conſtat etiam, figuram *abe* eſſe homogeneam figuræ ſinuum; deniq. voluatur *pa* in plano quadrantis, punctum *a* deſcribit arcum *aſl* æqualẽ rectæ *ab*, qui ſi voluatur circa *lp*, vt *a* deſcribit peripheriam, ſub radio *pa*, ita *ſ* ſuam deſcribit, ſub radio *ſz*, & quodlibet aliud punctum ſuam, ſub radio, qui eſt ſinus terminatus ad punctum genitorem, ac demum totus arcus *aſl* ſuperficiem Hemiſphærij; his poſitis facilè demonſtratur propoſitio.

Eſt enim figura *abbe* homogenea figuræ ſinuum *abtp* per d. 5. baſis *ae* quadrupla eſt axis, *ab* eſtque vt *ap* ad *ſz*, ita *ae* ad *db*, *ae*, eſt æqualis peripheriæ ſub radio *ap* genitæ ſcilicet ab *a*. igitur *db* æqualis peripheriç ſub radio *ſz* genitæ ſcilicet ab *ſ*. igitur figura *abe* & ſuperficies hemiſphærij, genita ab acrcu *aſl* ſunt figuræ homogeneæ, per d. 5. ſunt eiuſdem baſis; nam *ae* eſt æqualis peripheriç genitæ ab *a*; item eiuſdem altitudinis, nam arcus *al* æqualis eſt rectæ *ab*; igitur figuræ ſunt æquales, per poſit. 1.

Propoſitio II.

Figura *abbe* eſt ad *abKq* vt *ae*, ad *ae*; item ad figuram ſinuum *abte* ad *ap*, id eſt vt peripheria ad radium, quia cum ſint homogeneæ per conſtruct. ac eiuſdẽ altitudinis *ab*, ſunt vt baſes per poſit. 1. igitur vt *ae* ad *aq* & *ab*. idem de omnibus alijs homogeneis demonſtrabitur.

Propoſitio III.

Quælibet figura homogenea figuræ Sinuum *abtp* & eiuſdem altitudinis *ab* æqualis eſt rectangulo ſub ſua baſi & *ae*, vel *ap*. nam cum *abbl* ſit æqualis duobus circulis, ſub radio *ae* vel *ap*, per poſit. 4. æquat rectangulum *aſ*, per corol. 1. poſit. 2. igitur cum

abbe.

abbe, ſit ad *abtp* vt *ae* ad *ap* per 2, prop. erit vt rectangulum *af*, ad rectangulum *al*. igitur *abtp* æqualis eſt rectangulo ſub baſi *ap*, & *ae*; pari modo oſtendetur *abkq* æqualem eſſe rectangulo *an*, atque ita de cæteris.

Coroll. I.

Hinc figura ſinuum æqualis eſt quadrato ſuæ baſis. ſeu radij quadrantis genitoris; ſic *abtp* eſt æqualis quadrato *al*. eſt enim *al* quadratum; quia *ap* eſt æqualis *ae*.

Coroll. II.

Trilineum *bmp* adæquat differentiam quadrati radij, ſcilicet *al* & ſemicirculi ſub eodem radio; eſt enim *am*, æquale ſemicirculo, per Corol.2. Poſit.2. & *abtp* æqualis quadrato radij.

Coroll. III.

Hinc prędictum trilineum æquale eſt rectangulo *em* ſub radio & differentia eiuſdem radij & arcus quadrantis.

Coroll. IV.

Idem trilineum adæquat bis ſegmentū circuli ſub radio *ap*, contentum arcu quadrantis,& ſubtenſa.

Coroll. V.

Segmentum contentum recta *bp* & curua *btp*, id eſt linea ſinuum, eſt æquale trilineo *ael*.

Coroll. VI.

Vt *ao* quadratum arcus quadrantis ad *am* ſeu ſemicirculum; ita *am* ad *al* quadratum radij; hinc ſemicirculus eſt medius proportionalis inter quadrata radij & arcus quadrantis.

Coroll. VII.

Trilineum *cbp* æquat trilineum *ael*. item *bet* æquat trilineū *plt*. item *bcy* æquat ſectionem ſub arcu *yp*, & recta *yp*.

Schol.

Fingendum eſt animo arcum *afl*, remiſſa curuitate, in rectam *ab* deflecti; item ſingulas peripherias arcui *afl* ordinatim ad angulos rectos applicatas (ſic enim radius in arcum incidit) in rectas æquales etiam deflecti, ipſi *ab* ordinatim applicatas ad angulos rectos; ſic tota ſuperficies hemiſphærij ab arcu *afl* genita in figuram planam *abbe* abit, eademque manet quantitas, ſed rotunda

 dum-

dumtaxat & curua in recta & plana mutantur.

Prop. IV.

Fig. 9. Si figura ſinuum voluatur circa axem, genitum eſt ſubduplum cylindri eiuſdem baſis & altitudinis: ſit figura ſinuum *a b e*, quadrans *a d e* ſint *d g*, *i e* arcus æquales: ſitque ſinus *e g* in *o r* tranſlatus, & *K i* in *l u*; erit *o b* æqualis *a l*, item arcui *d g*, vel *i e*; cum autem quadratum *a e*, vel *a i* adæquet quadrata *K i* & *i e*, vel *e g*, id eſt quadrata *l u*, & *o r*; erit differentia quadratorum *l u*, *l m*, æqualis quadrato *o r*. ſunt autem circuli vt quadrata radiorum: igitur genitum ab *l u* cum genito ab *o r* adæquat genitum ab *l m*. igitur genitum ab *o r* æquale eſt genito ab *u m*. pari modo genitum ab *r ſ* eſt æquale genito ab *l u*; igitur genita ab *a b e* & à trilineo *b ſ e* ſunt homogenea; igitur æqualia, cum ſint baſes æquales, & eadem altitudo; igitur alterutrum eſt ſubduplum geniti ab *a ſ*, cylindri ſcilicet eiuſdem baſis & altitudinis.

Coroll. I.

Hinc ſemiparabola ſub axe *a b* & baſe *a e* eſt quidem maior figura *a b e*; reuoluta tamen circa axem gignit ſolidum æquale genito à figura *a b e*, ſi autem *a b* diuidatur bifariã in *n*, & ducatur *n p* prædicta ſemiparabola ſecat lineam ſinuum in *p i*, & applicatæ ſupra *n p*, in parabola, ſunt maiores, infra verò, minores, quàm in linea ſinuum.

Coroll. II.

Genitum à qualibet figura homogenea figuræ ſinuum, eſt ſubduplum cylindri eiuſdem altitudinis & baſis, ſunt enim figurarum homogenearum genita homogenea.

Coroll. III.

Fig. 8. Genitum à quadrante *a b e* eſt ad genitum à figura *a b K q* vt 4 ad 3. quia genitum á quadrante, ſcilicet hemiſphærium, eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt 4. ad 6.

Coroll. IV.

Genitum a quadrante genitore *a l p* vel *a c p* eſt ad genitum
* $\frac{1}{2}$ * $\frac{2}{3}$ à figura *a b p* vt * radij *e a* ad * *a b* æqualis arcui quadrantis *a ſ l*; id eſt, iuxta cyclometriam Archimedeam, vt 28. ad 3. ad genitum
* $1\frac{1}{2}$ * $\frac{2}{3}$ * $\frac{2}{3}$ verò à trilineo *c b p* vt * *a e* ad differentiam * *a e* & * *a b*, id eſt vt 28, ad 5.

Corol.

Coroll. V.

Si ſit media proportionalis inter *a b a p*, parellelepidum ſub illius quadrato, & altitudine *a b* adæquat genitum à figura *a b t p*; eſt enim ſubduplum eiuſdem cylindri, cum baſis illius ſit æqualis ſemicirculo.

Coroll. VI.

Genita à figuris homogeneis *a b t p* eiuſdem altitudinis, ſunt vt quadrata baſium figurarum, v.g. genitum ab *a b t p* eſt ad genitum ab *a b* K *q* vt quadratum *a p* ; ad quadratum *a q*.

Coroll. VII.

Genitum à lunula contenta arcu quadrantis *b u q* & curua *b* k *q* eſt ſubduplum geniti à triangulo *a b q*; ſit enim genitum à rectangulo *a o*, 6. genitum à triangulo *a b q* erit 2. à figura *a b K q* 3. à quadrante *a b u q* 4. igitur à lunula 1. igitur ſubduplum geniti à triangulo *a b q*, & æquale genito à ſegmento contento curua *b*.K*q* & recta *b q*. Hinc vt ſuperficies genita à recta *b q* diuidit bifariam genitum à quadrante, ſcilicet Hemiſphærium, ita ſuperficies genita à curua *b K q* diuidit bifariam genitum à ſegmento quadrantis, contento arcu *b u q* & recta *b q*.

Coroll. VIII.

Si ſit quadrãs *a t m b*, & figura homogenea figuræ ſinuum *a t n b*; rectangulum *a g*, *a t* diuiſa bifariam in *e*, *e f* parallela *a b*, recta *t b*; genita à quatuor ſegmentis *e d e o f* ſunt æqualia; ſit enim genitum à *e f* 16. erit genitum à *e d* 4. à *e e* 8. à *e o* 12. igitur à *d e* 4. ab *e o* 4. ab *o f* 4. ac proinde æquali a. Fig. 10

Coroll. IX.

Si ducantur duæ *r p*, *l b* parallelæ *e f*, & ab eadem æquediſtantes, cum genita ab *r f* & *i b* ſint æqualia, ſunt enim *a l*, *r t*, *r f* æquales, item genita ab *l K*, *m p*; erunt etiam genita ab *r m* & *K b* æqualia; & ſubtractis æqualibus genitis ab *r f* & *i b* reſidua erunt æqualia, genita ſcilicet ab *f m*, *K i*. idem quibuſuis alijs aſſumptis demonſtrabitur: hinc cono genito ab *a t b* ſubtracto ab hemiſphærio, reſiduum à plano *e f* bifariam diuiditur.

Coroll. X.

Si *a l*. *o b* aſſumantur æquales, cylindrus ſub baſi circulo ab *a e* genito, & altitudine *a l*, adæquat genita à ſegmento recto *o b r* & à trapezio *a l u e*; nempe genitum à trilineo *e u m* eſt æquale genito à ſegmento *o b r* Fig. 9.

Corol.

Coroll. XI.

Hinc genitum ab *luro* eſt ad reliquum vt *nl* ad *la*. Hinc poteſt haberi fruſtum medium in qualibet data ratione ad totum, ſi poſtuletur ratio ſeſquitertia ſit *nl* ad *na* vt 3. ad 4. erit genitum ab *luro*. ad genitum à figura *abc* vt 3. ad 4. id eſt vt *nl* ad *na*.

Coroll. XII.

Hinc demum genita ab *obr* & *emu* ſunt æqualia, item genita ab *aluc* & à *brsſ*; item genita ab *rtyſ*, & ab *luθγ*. &c.

Propoſit. V.

Segmentum quodlibet rectum figuræ ſinuum eſt ad totam figurã vt ſinus verſus illius arcus, cui altitudo ſegmenti ęqualis eſt, ad ſinum totum. Sit enim ſegmentum quodlibet *nbp* cuius altitudo *nb* ſit æqualis arcui *db* ac proinde *bf*, æqualis *np*; dico ſegmentũ *nbp* eſſe ad totam figuram *abc* vt ſinus verſus *df* ad ſinum totũ *da*: cum enim figura *abc* ſit homogenea ſuperficiei Hemiſphærij, hæc diuiditur in ratione ſegmentorum radij per Poſit. 5. v. g. Si voluatur arcus *dc* circa *da*, ſuperficies genita ab arcu *db* eſt ad genitam ab arcu *dc* vt ſegmentum *nbp* ad figuram *abc*; ſed genita ab arcu *db* eſt ad genitã ab arcu *dc* vt *df* ad *da*, per Poſit. 5. igitur ſegmentum *nbp* eſt ad *abc*, vt *df* ſinus verſus arcus *db* æqualis *nb* altitudini ſegmenti, ad *da* ſinum totum; idem aſſumpto quouis alio ſegmento demonſtrabitur.

Coroll. I.

Hinc dari poteſt ſegmentum, quod ſit ad totam figuram in data qualibet ratione, v. g, ſit data ratio *de* ad *da*, ſit *or* applicata æqualis *eg*. erit ſegmentũ *obr* ad totam *abc* vt *de*, ad *da*. hinc ſi poſtuletur ſegmentum, quod ſit * totius, ſit *df*, verbi gratia * *da*, ſit *np*. applicata æqualis *fb*. erit *nbp* ad *abc* vt 1. ad 4. hinc ſi *aγ* ſit * *ab* erit *γbθ* * *abc*, ac proinde *γθ* diuidit figuram ſinuum æqualiter.

* $\frac{3}{4}$ * $\frac{1}{4}$ * $\frac{1}{2}$ * $\frac{1}{8}$

Coroll. II.

Hinc ſegmentum rectum eſt ad totam figurã vt applicata trilineo figuræ coniuncto æquè diſtans à baſi trilinei, ac baſis ſegméti à baſi figurę, ad baſim trilinei v. g. ſit ſegmẽtũ *obr*, trilineũ figurę coniũctũ *bfc* baſis trilinei *bf*, diſtantia baſis ſegmenti à baſi figuræ *oa*, ſit ęqualis à baſi trilinei *fm*; dico ſegmentum *obr* eſſe ad totam *abc* vt applicata trilineo *um* ad baſim *bf*: ſit enim ſinus *eg* vel *zi* æqualis *or*, ac proinde *ob* æqualis arcui *dg* vel *ei*, ſegmentum

obr.

o b r eſt ad totam *a b e*, vt *d*, vel *z c* ad *d a*, vel *a c*; ſed *l u* eſt æqualis *a z*, vel *a s* igitur *u m* æqualis *z c*; igitur *o b r* eſt ad *a b c*, vt *u m* ad *b ſ*. idem de quolibet alio ſegmento demonſtrabitur.

Propoſitio VI.

Definiri poteſt ratio ſegmenti verſi ad totam figuram ſinuum. Sit figura ſinuum *a p t*, quadrans *a m t*, trilineum annexum *p n t*, ſit *a k* æqualis *a t*, ac proinde quadratum *a n*; ſit quodlibet ſegmentum verſum *b r t*; ducatur *l r* indefinitè, ſit *l r* æqualis *i f*; deuique per punctum *x*, in quo *b r* axis ſegmenti ſecat K *n* latus quadrati *a n*, ducatur *a x ſ*, & ex *ſ* demittatur *ſ e*, parallela axi *r b*, cũ tota figura *a p t* ſit ad ſegmentum rectum *l p r*, vt *a t*, ad *i t*, per prop. 5. & ad rectangulum *a r*, vel *a d* ipſi ęquale, vt *a t* ad *a e*, erit ad reliquum, ſcilicet ad ſegmentum verſum *b r t*, vt *a t* ad *e i*; igitur inuenta eſt ratio quæſita. Fig. 11

Coroll. I.

Hinc tota figura eſt ad vtrumq. ſegmentũ *a r t*, *l p r*, vt *a t* ad *e t*.

Coroll. II.

Hinc tota figura eſt ad ſegmeutum verſum, vt ſinus totus ad baſim ſegmenti, minùs compoſita ex exceſſu, quo ſinus totus ſuperat ſinum rectum arcus ęqualis axi ſegmenti, & ex linea, quę ſit ad exceſſum, quo prędictus axis ſuperat radium, vt ſinus complementi prędicti, arcus ad radium.

Propoſ. VII.

Si voluatur figura ſinuum circa parallelam axi, in extrema baſi erectam, genitum à figura erit ad cylindrum eiuſdem altitudinis, ſub baſi circulo genito à baſi fig. vt compoſita ex radio & exceſſu, quo radius ſuperat dimidium axis, ad totum axem. Sit enim fig. Sinuum *a b e*, perpendiculariter inſiſtens plano quadrati *d e*, ſitque ſolidum procedens per quadrata *a s*, *m* &c. ſub baſi *a s*, & altitudine *a b*, ac proinde homogeneum genito à fig. *a b e* circa axem *a b* reuolutę, ſit iſoparallelum ſub baſi *o b e*, & altitudine *a d*, procedens ſcilicet per plana æqualia *a b e*, *d k e*, ſit *a x* ęqualis *a c*. item *a n*. ęqualis *b n*, & *x u* ęqualis *x n*, erit iſoparallelum prędictum ad parallelepipedum *a f*, ſcilicet ſub quadrato *a s*, & altitudine *a b*, vt *a b c* ad rectangulum *a l*; ſunt enim iſoparallela homogenea, igitur ſi ſint eiuſdem altitudinis, ſunt vt baſes, per poſit. 1. igitur vt *a x* ad *a b*; prędictum verò ſolidum homogeneum procedens per quadrata *a s*, *m*, eſt ad parallelepipedum *a f*, vt *a n* ad *a b*, per prop. 4. igitur eſt ad iſoparallelum prædictum vt *a n* ad *a x*, igitur ad diffe- Fig. 12

rentiam

Digitized by Google

rentiã vtriuſq. vt *a n* ad *n x*, ſublato autẽ ex parallelepipedo *a f*, ſolido procedente per quadrata *b f*, *i h*, ſcilicet ſub applicatis trilineo K *f s*; & ſublato ex reſiduo, præfato homogeneo, procedente per quadrata *a s*, *n i*, ſub applicatis fig. reſiduum procedet per ſupplementa gnomonum parallela *i g*, *i f*; vt enim ex quadrato *n b*, ſublato; *i b*, & ex reſiduo, ſublato *n i*, reſtat ſupplementum gnomonis *i g*, *i f*; ita fit in quolibet alio quadrato aſſumpto; cum autem *i g* ſit æquale *i f*, idque quolibet alio quadrato aſſumpto, erit exceſſus, quo reſiduum parallelepipedi, ſublato ſolido procedente per quadrata *b f*, *i b*, ſuperat iſoparallelum, ſub baſi *a b e*, & altitudine *a d*, æqualis exceſſui, quo prædictum iſoparallelum ſuperat prædictum homogeneum, procedens per quadrata *a s*, *n i*; igitur hoc ipſum homogeneum, eſt ad iſoparallelum prædictum, vt *a n* ad *a x*; & huic addita vtriuſque differentia, vt *a n* ad *a u*; denique ad ſolidum procedens per quadrata *b f*, *i b*, vt *a n* ad *u b*:

Cum verò ſolidum procedens per quadrata *b f*, *i b*, ſit homogeneum genito à trilineo *k f s*, vel *b l e*, circa *l e* reuoluto; erit hoc genitum ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt *b u* ad *b a*; igitur genitum à *b a e* circa *e l* reuoluta, erit ad eumdem cylindrum vt *a u*, ad *a b*; igitur vt compoſita ex radio *a x* & *x u*, ſcilicet exceſſu, quo radius *a x* ſuperat *a u* dimidiam axis *a b*, eſt enim *x u* æqualis *x n*, ad *a b*.

Coroll. I.

Hæc facilè reduci poſſunt ad calculos, iuxta cyclometriam Archimedis; nam erit *a n* ad *a x*, vt 11. ad 14. ad *a u*, vt 11. ad 17. ad *u b*, vt 11. ad 5. hinc ſi cylindrus genitus *a b a l* circa *e l*, ſit 22. erit genitum à trilineo *b e l* 5. à fig. verò *a b e* 17. & parallelepipedum *a f*, ad iſoparallelum ſub *a b e*, & *a d*, vt 22. ad 14.

Coroll. II.

Si inter *n g*, *n p* ſit media proportionalis, itemque inter latera aliorum rectangulorum parallelorum *n m*; ſolidum procedens per quadrata ſub prædictis medijs proportionalibus, æquale eſt iſoparallello ſub *a b e*, & *a d*: ſi verò applicatis *b a* ordinatim prædictis medijs proportionalibus, voluatur fig. circa *a b*, genitum erit ad cylindrum eiuſdem baſis, & altitudinis, vt *a x* ad *a b*; id eſt vt 14. ad 22.

Prop. VIII.

Fig. 13 Si ſit fig. ſinuum *e a s*, & alia axe communi *e a b*. ſitque ſolidum iſoparallelum ſub *e a b*, & altitudine *a i*, æquali *a e*, ac demum ſolidum ſecetur plano *b i s*, fruſtum inferius *e i q b* eſt ad totum ſolidũ vt radius *e s* ad axem *e a*; ſuperius verò, vt differentia axis & radij

ad

ad axem; & ad aliud fruſtum, vt prædicta differentia ad radium: dium: demonſtratur. ſit *i t* æqualis radio *t e*, ſitque fig. ſinuum *t o i*, & trilineum ſocium *o a i*; fruſtum ſuperius *e a b i* procedit per ſegmẽta recta parallela *b a*, *n d m*, &c. eſt autem *b a* ad *n d m*, vt *a o* ad *d f*, per Coroll.2. Prop.5. idem de quolibet alio ſegmento aſſumpto demonſtrabitur; igitur fruſtum *e a b i* eſt homogeneum trilineo *a o i*; igitur vt trilineum *a o i* ad rectangulum *a t*, ita fruſtum *e a b i* ad iſoparallelum ſub eadem baſi *e a b* & altitudine *a i*; ſed rectangulum *a t* eſt ad trilineum *a o i*, vt axis *a i* ad differentiam axis *a i*, vel *a e*, & radij *e e*; igitur præfatum iſoparallellum eſt ad prædictum fruſtum in eadem ratione; igitur ad fruſtum *r i q b* vt axis ad radium; igitur fruſtum *r i q b* ad fruſtum *e a b i*, vt radius ad prædictam differentiam.

Coroll. I.

Hinc fruſtum *r i q b*, quatenus procedit per trapezia recta parallela plano *r i q* eſt homogeneum fig. ſinuum *t o i*; nempe vt *t i* ad *π f*, ita *r i q*. ad *z m n u*.

Coroll. II.

Hinc quodlibet trapezium rectum eſt ad totam figuram, vt applicata fig. æquè diſtans à baſi fig. ac baſis ſegmenti recti, trapezio cõmiſſi, diſtat à vertice fig. ad radium, v. g. ſit ſegmentum rectum *o b r*; ſit *l m* applicata, æquè diſtans ab *a e*, ac *o r* à vertice *b*, erit trapezium *a o r e* ad totam *a b e* vt *l u* ad *a e*; quia cum tota *a b e* ſit ad *o b r*, vt *l m* ad *u m*, erit ad reliquum, ſcilicet *a o r e*, vt *l m* ad *l u*. Fig.9

Coroll. III.

Hinc vt rectangulum *t a* diuiditur per curuam *b i f i*, ita iſoparallelum prædictum per planum *b i e*; igitur iuxta rationem Archimed. fruſtum ſuperius eſt ad inferius vt 4. ad 7. ad totum verò, vt 4. ad 11. inferius verò ad totum vt 7. ad 11. Fig.13

Prop. IX.

Centrum grauitatis figuræ ſinuum integræ, ſeu duplicatæ, cum axe communi, ita diuidit axem, vt ſegmentũ verſùs verticem fig. ſit ad totum axem, vt radius ad arcum quadrantis; ſit fig. ſinuum *r a e*, cum ſocia *e a b*; axis communis *a e* ita diuiſus in K, vt ſegmẽtum K *a* ſit ad totum *e a*, vt radius ad arcum quadrãtis, erit *k* centrum grauitatis fig. *r a b*; quod ſit in axe *a e*, conſtat, cum *a e* diuidat biſariam omnes applicatas *e b*, *b g*, &c. quod ſit in K, demonſtratur; demittatur K *x*, parallela *a i*, diuiſæ biſariam in *f*, ductaque *f i*

parallela ae, ducantur $i\delta$, $ſc$; hæ ſunt parallela, in $i\delta$ eſt centrum grauitatis fruſti $r i q b$, quia tranſit per centra grauitatis omnium rectangulorum parallelorum $e r$; item in $ſc$ erit centrum grauitatis $e a b i$, quia tranſit per centra grauitatis omnium rectangulorum parallelorum H n; ſit in p v.g. centrũ fruſti $e a b i$, ſitque punctũ y, in quo $ſ\delta$ ſecat k x, ac ducatur $p y \theta$; cũ triãgula $ſ p y$, $\delta \theta y$ ſint proportionalia, erit vt $p y$, ad θy. ita $ſ y$ ad $y \delta$, id eſt a k ad k e ſed $p y$ eſt ad $y \theta$, vt fruſtum $r i q b$ ad fruſtum $e a b i$; ſunt enim diſtantiæ vt pondera permutando; igitur a k eſt ad $K e$, vt fruſtum inferius ad ſuperius; igitur ad $a e$, vt ad totum; igitur vt radius ad arcum quadrãtis. Hoc iam demonſtratum fuit in genere, de quolibet iſoparallelo à Torricello apud Caualerium exercit. 5. prop. 17.

Coroll. I.

Hinc centrum grauitatis iſoparalleli erit y; quia K x per centra omnium planorum parallelorum $b a e$, $r i q$ ducitur; igitur erit in k x; $ſ\delta$ ſimiliter tranſit per centra grauitatis omnium planorum parallelorum $b q$, igitur erit in $ſ\delta$, igitur in y.

Coroll. II.

Hinc centrum grauitatis fig. ſinuum $e a e$ eſt in recta k b, vt patet; item fig. $e a b$ in recta k g, nempe centrum vtriuſq. æquè diſtat ab $e b$ ſeu vertice e; cum tota $e a b$ ſit homogenea ſingulis ſeorſim.

Fig. 14

Propoſit X.

Centrum grauitatis fig. ſinuum diſtat ab axe * Axis, & à baſi, ipſo exceſſu, quo axis ſuperat baſim; ſit linea ſinuum $a m e$, cum rectangulo $e y$; momenta vtriuſque fig. libratæ in $e m$, ſunt vt ſolida genita à figuris circa $e m$ reuolutis, per poſit. 9. eſt autem genitũ à $e y$ duplum geniti ab $a e m$, per prop. 4. ſed ratio ſolidorum genitorum à figuris eſt compoſita ex ratione figurarum, & ex ratione diſtantiarum centri vtriuſque ab axe communi, per poſit. 9. igitur momentum rectanguli $e y$ eſt ad momentum fig. $e m a$; in compoſita ex ratione $e m$, ad $e o$, vel $m d$ æqualem, quæ eſt ratio figurarum, & ex ratione $e q$, vel $ſ t$ dimidiæ $e x$, hæc enim eſt diſtãtia centri q ab axe $e m$, ad diſtantiam centri fig. $e m a$, ab eodem axe $e m$; ideſt momentum rectanguli, eſt ad momentum fig. vt rectangulum ſub $e m$, $e t$, ad rectangulum ſubduplum, ſub altero laterum æquali $e o$, & ſub alio, quod facilè inuenitur ducta $o r$, item $t r$, $p u ſ$; eſt enim $e p$ æquale $e q$: eſt autem $e u$ * $m e$; cum enim $e p$, $e q$ ſint æqualia, vt $e o$ ad $e t$; dimidiam $e m$, ita $e t$ dimidia $e o$, ad $e ſ$ dimidiã $e t$; igitur $e ſ$, vel $e u$ eſt dimidia $e t$; igitur * $e m$; igitur $e ſ$ eſt alterũ latus rectanguli quæſitum; igitur eſt diſtantia centri grauitatis fig. $e m a$ ab axe

$m e$,

e m; cum demum *e d* ſit exceſſus, quo axis *e m* ſuperat baſim *e a*, ducta *d f* parallela baſi, & aſſumpta *d f* æquali *e ſ*, centrum grauitatis fig. *e m a* eſt in *f*.

Coroll. I.

Hinc cum *m e* ſit ad *d f* vt 4. ad 1. id eſt vt rectangulum *e y* ad rectangulum ſub * *e m*. & ſub *e a*, id eſt, vt ſemicirculus ad ſemiquadrantem, erit *e a* ad *d f* vt quadratũ radij ad ſemi quadrantẽ; igitur facta libratione & aſsumpto libræ brachio *e x*, cũ perpendiculo *e m*, ſemiquadrans æquipõderabit fig. *e m a*; ſunt enim momẽta æqualia ſcilicet, in compoſita ex ratione *e x* ad *e y*, & ex ratione *e y* ad *e x*. *$\frac{1}{4}$

Coroll. II.

Hinc habetur centrum trilinei *m k a*, ducta ſcilicet *e g*, æquali *e q*, & per *g*, *f g b*, ſit vt *e d* ad *d m*, ita *f g* ad *g b* erit *b* centrum quæſitum: res autem ad calculos facilè reducitur, ſit *e m* 11 erit *e a* 7. item *e o*, *m d*, igitur *e d* 4. *d e* * *e u* * *n m*, vel *i K* * *l k* * — *$1\frac{1}{8}$ *$2\frac{3}{8}$ *$2\frac{7}{8}$ *$2\frac{3}{16}$

Coroll. III.

Hinc vtriuſque fruſti iſoparallelli. de quo ſupra in propoſit. 8. centrum grauitatis inuenitur, cum enim fruſtum ſuperius *e a b i* ſit homogeneum trilineo *o a i*, per prop. 8. centrum fruſti æquè diſtat à baſe *e a b*, ac centrum trilinei à baſe *a o*; hæc autem diſtantia habetur per Coroll. 2. ſit *a d*, ducatur *d p* parallela *a e*, dico centrum fruſti eſſe in *p*; cum enim ſit in *e ſ*, item in *d p*, erit in *p* puncto communis ſectionis: pari modo habetur *θ* centrum alterius fruſti, tum ducta per *y* recta *p θ*, tum etiam eadem methodo; cum hoc fruſtum ſit homogeneum fig. ſinuum *s i o*. per Coroll. 1. Prop. 8. — Fig. 13.

Coroll. IV.

Hinc cognoſcitur quantitas lineæ *d p*; cũ enim *a e* ſit ad *a ſ*, vt *d p* ad *d ſ*, & cum *a e* ſit dupla *a ſ*, erit *d p* dupla *d ſ*. igitur poſito Axe *a i* 11. erit *d f* * & conſequenter *d p* erit * — *$2\frac{5}{8}$ *$5\frac{1}{4}$

Propoſ. XI.

Si voluatur fig. ſinuum circa baſim, genitum ab illa eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt rectangulum ſub baſe & exceſſu, quo axis ſuperat baſim, ad rectangulum ſub axe & dimidia axis. — Fig. 14.

Sit enim fig. *e m a*, rectangulum *e y*; voluatur vtraque figura circa *a x*, ſolida genita ſunt in compoſita, ex ratione figurarum, quæ eſt *e o* ad *e m*, & ex ratione diſtantiarũ centri vtriuſq. ab *a x*, quæ eſt *e d* ad *e e*, per poſit. 9. & prop. 9. igitur genitum à *e m a* eſt ad genitũ à *e y*, vt rectangulũ ſub *e o*, *e d*, ad rectangulũ ſub *e m*, *e e*; igitur vt rectangulum ſub baſe & exceſſu, quo axis ſuperat baſim, ad rectangulum ſub axe & dimidia axis.

 Coroll.

Digitized by Google

Coroll. I.

Hinc habetur genitũ à trilineo *m a* k; ſublato enim genito à *c m a* cognito, ex genito à *c y* cognito, reſiduum erit genitum à trilineo *m* k *a*, etiam cognitum; & vt res ad calculos reducatur, genitũ à *c y* ſit 121. erit genitum à *c m a* 56. igitur genitũ à trilineo *m k a* 65.

Coroll. II.

Vt autem inueniatur genitum à fig. *c m a* reuoluta circa *m* k; ſit genito à fig. *c m a*, circa *c a* reuoluta ſolidum homogeneum, ſub baſi quadrato *c m*, & altitudine *c a*; vocetur *b*. ſit parallelepipedum eiuſdem baſis & altitudinis; vocetur *c*, ſit iſoparallelum, ſub baſi figura *c m a*, & altitudine *c m*, vocetur *d*, erit *c* ad *d*, vt *m c* ad *m d*; addatur ipſi *d*, exceſſus, quo *d* ſuperat *b*; erit *c* ad aggregatum ex *d* & prędicto exceſſu, vt genitum à *c y*, ad genitum à fig. *c m a*, circa *m* k reuoluta, ſublato autem hoc genito ex illo, reſiduum erit genitum à trilineo *m* K *a*, circa *m* k reuoluto; hæc eodem modo demonſtrantur, quo demonſtrata eſt prop. 7. ſed breuiùs; genitũ ab *m a* eſt ad genitum ab *m c a*, circa *m* k reuolutis, vt rectangulum ſub *m c*, *m c*, ad rectangulum ſub *m d*, *m d* id eſt vt 121 ad 98.

Propoſit. XII.

Si ſit quodlibet ſegmentum rectum fig. ſinuum, eiuſdem altitudinis, cum ſegmento verſo eiuſdem, erit ad totam figuram vt baſis ſegmenti verſi, ad baſim totius fig. ſit enim fig. ſinum *a r b*, quadrãs *a b d*, ſegmentum rectum *i l r* ſegmentum verſum eiuſdem altitudinis *c n b*; dico, *i l r* eſſe ad *a r b*, vt *c b*; ad *a b*; cum enim *m n* & *a c* æquales ſint, item *a e*, *u c*; erit *t ſ* æqualis *i l*; quia *i a* ęqualis *m r*; igitur *i r* æqualis arcui *d ſ*; igitur *t ſ* æqualis *i l*; igitur ſegmentũ *i r l* eſt ad totam fig. *a r b* vt *t d*, æqualis *u ſ*, vel *c b*, ad totam *a e* per prop. 5.

Fig. 15

Coroll. I.

Hinc trapezium rectum *a i l b* eſt ad totam *a r b*, vt ſinus rectus arcus ęqualis altitudini trapezij, ſcilicet *a i* ad ſinum totum *a b*.

Coroll. II.

Hinc tota figura *a r b* eſt ad ſegmentum *m r n*, vt *a b* ad *ſ x*, ad ſegmentum verò *i l r*, vt *a b* ad *t d*; item ad trapezium *a m n b* vt *a b* ad *t ſ*; ad trapezium *a i l b*, vt *a b* ad *a t*.

Propoſitio XIII.

Solidum ſub altitudine baſi fig. ſinuum procedens per ſegmenta

recta,

Digitized by Google

recta, ſub altitudinibus ordinatim applicatis, axi parallelis, eſt homogeneum triangulo. ſit *a b e* fig. ſinuum, ad inſtar baſis, ſit item figura ſinuum *a b d* ſub angulo recto *b a d* & ſub applicatis ordinatim parallelis *ba*, *o h*, ſint ſegmenta recta, vt *o b g*, æquale *e a f*, dico, hoc ſolidum, ſub baſi *a b e*, altitudine *a d* procedens per præfata ſegmenta recta, quorum vertices ad rectam *a d* terminantur, eſſe homogeneum triangulo, v.g. *a f d*, eſt enim *a b e* ad *a e f*, vel *b o g*, vt *a d*, *b d* vel *a f* ad *b K*, per prop. 12. ideóſtendetur aſſumpto quolibet alio ſegmento recto; igitur totum ſolidum *a b e d* eſt homogeneum triangulo *a f d*. Fig. 16.

Coroll. I.

Hinc ſolidum prędictum *a b e d* eſt dimidium iſoparalleli ſub baſi *a b e*, & altitudine *a d*; vt enim triangulum *a f d* eſt ad quadratum *a i*, ita ſolidum *a b e d* ad iſoparallelum *a b e d*.

Coroll. II.

Hinc ſolidum quod procedit per rectangula parallela, ſub ſinu recto, & complementi, applicatis *a b*, in duabus figuris *a b e*, *a b d*, eſt ęquale priori ſolido ſit enim quælibet applicata *e o*, cui alia *e f* accedat ad angulum rectum *o e f*, *e o* eſt ſinus rectus arcus æqualis *e b*; & *e f* ſinus rectus arcus æqualis *e a*; igitur eſt ſinus complementi primi arcus; igitur rectangulum *e f* eſt ſub ſinu recto & complementi; idem in quolibet alio rectangulo aſſumpto oſtenditur: igitur ſolidũ illud, quod procedit per huiuſmodi rectãgula, eſt æquale ſolido *a b e d*: igitur ſubduplũ iſoparalleli ſub baſi *a b e*, & altitudine *a d*.

Propoſitio XIV.

Solidum ſub baſi quadrante genitore, & altitudine axe figuræ ſinuum, procedens per ſectores parallelos baſi, qui ſint in ratione altitudinum, eſt homogeneum triangulo; ſit quadrans *a l e*, altitudo *a f*, ęqualis arcui quadrãtis *e l*, ſitq. quilibet ſector *g i d*, ſub arcu *i d* æquali *g f* cũ eius ſinus rectus ſit *g b*, dico præfatũ ſolidũ eſſę homogeneum triangulo *a f e*; quia ſector *a e l* eſt ad ſectorem *g i d*, vt arcus *e l*, ad arcum *d i*, id eſt vt *a f*, æqualis arcui *e l*, ad *g f*, æqualem arcui *d i*; id eſt vt *a e* ad *g o*: igitur ſolidum & triangulum procedunt per elementa proportionalia: igitur ſunt homogenea. Fig. 17.

Coroll. I.

Hinc prædictum ſolidum per ſectores parallelos procedens eſt * cylindri ſub baſi, circulo, cuius radius ſit *a e*, & ſub altitudine *a f*.

Coroll.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Coroll. II.

Hinc ſi accedat ſolidum eiuſdem altitudinis *a f*, procedens per triangula orthogonia, ſub baſe, & altitudine, ſinu recto & comple-
$*\frac{1}{6}$ menti, erit * ſolidi iſoparalleli, cuius baſis ſit fig. ſinuum, & altitudo eiuſdem fig. baſis, v.g. ſit triangulum *f b d*, ſub *g b*, ſinu recto arcus *d i*, vel K *l*, æqualis *g f*, & ſub *b d*, æquali *b* K ſinui recto arcus K *e*, æqualis *g a*; igitur *g b d* eſt ſub ſinu recto & ſinu complemẽti; idem, quolibet alio aſſumpto, oſtenditur; cum autem hoc ſolidũ per prædicta triangula procedens ſit ſubduplum ſolidi procedentis per rectangula, ſub iiſdem ſinu recto & ſinu complementi, ſunt enim homogenea, & eiuſdem altitudinis, & quodlibet rectangulum ſui trianguli duplum; & cum ſolidum procedens per prædicta rectangula ſit ſubduplum ſolidi iſoparalleli, ſub baſe, fig. ſinuum & altitudi-
$*\frac{1}{6}$ ne, eiuſdem fig. baſe, per Coroll. 1. Prop. 13. erit præfatum ſolidum procedens per triangula * prędicti iſoparalleli.

Coroll. III.

Hinc habetur totum ſolidum *a e l*, aggregatum ſcilicet ex procedente per ſectores, & ex procedente per triangula; nam procedens
$*\frac{1}{4}$ per triangula eſt * præfati iſoparalleli, quod eſt æquale cubo, ſub latere *a e*; hinc reduci poſſunt rationes ad calculos; ſit 14. parallelepi-
$*\frac{5}{22}$ $*\frac{10}{11}$ pedũ ſub baſi quadrato *a e*, & altitudine *a f*, erit ad cubũ ſub latere *a e*, vt 14. ad 8 * igitur ad procedens per triangula, vt 14. ad 2. *
$*\frac{8}{11}$ $*\frac{1}{2}$ igitur ad quadrantẽ cylindri, ſub baſi quadrante *a l e*, & altitudine *a f*, vt 14. ad 11. igitur ad procedens per ſectores vt 14. ad 5 * igitur ad aggregatum prædictum vt 14. ad 7 *

Coroll. IV.

$*\frac{1}{3}$ Hinc ſi ex præfato aggregato auferatur ſolidum procedens per
$*\frac{31}{33}$ quadrata parallela *a i*, ſub altitudine *a e*, quod adæquat * cubi, ac
$*\frac{26}{33}$ proinde 5 * reſiduum, quod procedit per rectangula parallela *g e*,
$*\frac{17}{33}$ erit 1 * quod ſi addatur ſolido *a e e*, erit aggregatum 9 *

Coroll. V.

Hinc ſi ſit parallelepipedum ſub altitudine *a e*, & baſi quadrato *a f*, erit ad prædictum parallelepipedum, de quo 3. Coroll. vt 22. ad
$*\frac{28}{11}$ 14. cum parallelepipedum ſub quadrato *a f* & altitudine *a e*, ſit ad
$*\frac{2}{11}$ ſolidum, quod procedit per quadrata ſub *a f*, *b b*, id eſt ſub arcubus, eiuſdemque altitudinis, vt 121. ad 56. per Prop. 11. Coroll. 1. id eſt
$*\frac{19}{33}$ vt 22. ad 10 * ſi ex 10 * auferatur aggregatum 9 * de quo Coroll. 4.
$*\frac{22}{33}$ reſiduum erit * id eſt ſolidum ſub altitudine *a e* procedens per quadrata ſub differentijs Sinuum & arcuum, quod eſt ad ſolidum procedens per quadrata ſub ſinubus, vt 11. ad 98. Co-

Digitized by Google

Coroll. VI.

Solidum *a e e* procedit per rectangula parallela *a e*, ſub arcubus & ſinubus rectis; ſic *a e* eſt ſub *a l* ſinu toto & *a f* æquali arcui quadrantis; item *b d* ſub *b b*, æquali arcui k *c*, & *b* K ſinu recto arcus *e* K, idem oſtenditur, quolibet alio aſſumpto.

Corol. VII.

Hinc ſi ſit ſolidum altitudinis *a e* procedens per rectangula ſub arcubus, & ſub compoſitis ex arcubus & ſinubus, ex quo detrahatur ſolidum eiuſdem altitudinis, procedens per quadrata ſub arcubus, & quod ſtatuimus, Coroll. 5. eſſe ad parallelepipedum eiuſdem baſis & altitudinis *a e*, vt 10 * ad 22. haud dubiè ſolidum reſiduum eiuſdem altitudinis *a e*, procedit per rectangula ſub arcubus & ſinubus; igitur æquale eſt ſolido *a e e*; igitur cũ *a e e* ſit 7 * erit ſolidũ prædictum procedens per rectangula ſub arcubus & compoſitis ex arcubus & ſinubus 17 * cui ſi addatur ſolidum procedens per quadrata ſinuum, item procedens per rectangula ſub arcubus & ſinubus erit aggregatum 31 * & hoc eſt ſolidum altitudinis *a e*, procedens per quadrata ſub compoſitis ex arcubus & ſinubus. habetur etiam parallelepipedum ſub altitudine *a e*, & baſi quadrato ſub compoſita ex arcu quadrantis & radio; eſt enim ad parallelepipedum eiuſdem altitudinis, ſub baſi quadrato *a f* vt 324. ad 121. vel 58 * ad 22.

* $\frac{2}{11}$ * $\frac{8}{11}$ * $\frac{10}{11}$ * $\frac{19}{33}$ * $\frac{110}{231}$

Propoſitio XV.

Si figuræ ſinuum duplicatæ, vel integræ; accedant duo trilinea, commiſſis baſibus, tota fig. eſt homogenea ſolido genido à fig. ſinuum circa axem reuoluta; ſit enim *e r m* integra, vel duplicata figura ſinuum, cui accedant duo trilinea *e d r*, *a d r*, commiſſis baſibus in *a r*; dico fig. *e a r m* eſſe homogeneam genito à fig. ſinuum v. g. *e a m*, circa *e a* reuoluta, nempe vt *e m* ad *d t*, ita *d t* ad *d r*; acceptiſq. *d f*, *d c* æqualibus, vt *e m* ad *e q*, ſinum rectum arcus, æqualis *e a*, ita *e q* ad *e x*, ſinum verſum dupli anguli, in quadrante, cuius arcus ſit æqualis *a d*, dimidiæ *a e*, & vt *e m* ad *f o*, ſinum rectum arcus æqualis *f a*, ita *f o* ad *f z*, cuius & *f y* differentia eſt *z y*, æqualis *e x*, per Poſit. 6. ſed vt *e m* ad *d r*, ita genitum ab *e m* ad genitum à *d t*. & vt *e m* ad *f z*, ita genitum ab *e m* ad genitum ab *f o*, & vt *e m* ad *e x*, ita genitum ab *e m* ad genitum à *e q*; ſunt enim genita vt quadrata; igitur fig. *e a r m* eſt homogenea genito ab *e a m* circa *e a* reuoluta. Fig. 18.

Coroll. I.

Hinc *e a r m* eſt ſubdupla rectanguli *e f*, quia prædicto genito eſt homo-

homogenea; immo cum trilineum *a d r* ſit æquale trilineo *e d r*, erit rectangulum *e K* æquale fig. *e a r m* & cum hæc ſit homogenea prædicto genito; inde quoque ſequitur, prædictum genitum eſſe ſubduplum cylindri eiuſdem baſis & altitudinis.

Coroll. II.

Hinc centrum grauitatis figuræ *e a r m* habetur; cum enim habeatur centrum *e r m*, puta γ; & trilinei *a e r*, puta δ ducta $\gamma\,\delta$, & ita diuiſa in *b*, vt *b* γ ſit ad *b* δ, vt trilineum *e r a* ad *e r m*, id eſt iuxta rationem Archimedis, vt 7. ad 4. erit *b* centrum grauitatis quæſitum, vt conſtat ex dictis.

Coroll. III.

Hinc adhibitis calculis, ductiſque $\gamma\,\pi$, *b* θ; *e* π eſt ad *e d*, vt 4. ad 11. & ad *e a*, vt 4. ad 22. & $\pi\,\theta$ ad θ *d*, vt 4. ad 7. igitur *d* π ſit 11. $\theta\,\pi$ erit 4. *e* π 6* *e d* 17* *e a* 34 igitur *e* θ ad θ *a*, vt 10* ad 24*

* $\frac{2}{7}$ * $\frac{2}{7}$ * $\frac{4}{7}$ * $\frac{3}{7}$ * $\frac{2}{7}$

Coroll. IV.

Centrum grauitatis geniti à fig. ſinuum *e a t m* circa *a e* reuoluta eſt θ; eſt enim prædictum genitum homogeneum fig. *e a r m*, igitur centrum vtriuſque æque diſtat à baſi.

Prop. XVI.

Si voluatur circa axem fig. plana, homogenea genito à figura ſinuum, circa axem reuoluta, habetur ratio geniti ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis; ſit enim *e a r m* homogenea genito à figura ſinuum, de qua ſupra, voluatur circa *e a*, genitum ab ea eſt ad genitum ab *e ſ*, in ratione compoſita ex ratione figuræ *e a r m* ad *e ſ*, id eſt * & ex ratione *i b* ad *d r*; ſuppono enim in *b* eſſe centrum grauitatis fig. *e a r m*; ſunt enim ſolida prædicta vt momenta vtriuſque fig. Vibratæ in *e a* Per Poſit. 9. & momenta ſunt in prædicta ratione compoſita, vt iam ſæpe inculcatum eſt.

Fig. 19.

* $\frac{1}{2}$

Coroll. I.

Hinc inuentum genitum ab *e r m*, quia iam habetur genitum à trilineo *e d r*, per prop. 7. igitur huic æquale genitum à trilineo *a d r*; vtroque ſublato à genito ab *e a r m* cognito, reſiduum erit genitum ab *e r m*: hoc etiam aliter demonſtratur; nam genitum ab *e r m* eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis vt iſoparallelum, ſub baſi *e r m*, & altitudine *e m*, ad parallelepipedum ſub baſi *e p*, & altitudine *e m*, per Poſit. 7.

Corol,

Hinc etiam habetur genitum ab *m p r*, ſublatis ſcilicet genitis ab *e r m* & ab *e d r* cognitis, ex genito ab *e p* cognito.

Prop. XVII.

Habetur centrum grauitatis geniti à trilineo fig. ſinuum annexo, circa proprium axem reuoluto, ſit trilineum *e b l*, circa *e l* reuolutũ ab eo geniti centrum grauitatis habetur, ex centris aliorum ſolidorum cognitis, quorum axis communis eſt; nempe habetur centrũ parallelepipedi ſub baſi *a e*. & altitudine *a b* æquali *q y*, item ſolidi procedentis per quadrata *a e*, *n i*, ſub ſinubus, homogenei genito ab *a b e*, circa *a b* reuoluta, ſit *t*; item iſoparalleli ſub baſi *a b e*, & altitudine *a d*, procedentis per rectangula *a e*. *n m*: eſt enim homogeneum fig. *a b c*, ſit *x*; & vt differentia vtriuſque ad ſolidum procedens per quadrata *a b*, *n i*, ita *t x* ad *x z*, erit *z* centrum prædictæ differentiæ, ſcilicet ſolidi procedentis per rectang. parallela *g i*. eſt etiam in *z* centrum alterius ſolidi æqualis procedentis per rectang. parallela *i ſ*; habetur etiam centrum ſolidi iſoparalleli ſub baſi trilineo *e l b*, & altitudine *e e*; ſit enim *q y* diuiſa biſariam in *θ*, & vt iſoparallelum prędictum ſub baſi *e l b*, ad iſoparallelum de quo ſupra, ſub baſi *a b e*, ita *x θ* ad *θ δ*, erit *δ* centrum iſoparalleli ſub baſi *e l b*, ſit d enique vt ſolidum procedens per quadrata parallela *b ſ*. *i b* cognitum, ad ſolidum procedens per rectangula parallela *i ſ*, de quo ſupra, etiam cognitum, cuius centrum eſt *z*, ita *z δ* ad *δ γ*, erit in *γ* centrum ſolidi procedentis per quadrata parallela *b ſ*, *i b*.

Sed hoc eſt homogeneũ genito à trilineo *e ſ* k circa *e ſ* reuoluto, igitur ſi *q* y ſit axis prædicti geniti, centrum grauitatis illius erit in *γ*. denique ſi vt *γ θ* ad *θ π*, ita genitum à *e a b* circa *e l* reuoluta, ad genitum à trilineo *e l b* erit *π* centrum grauitatis geniti à *e a b*. pari modo habetur centrum grauitatis geniti à trilineo *e l b*, circa *a b* reuoluto, ſi vt hoc genitum eſt ad genitum ab *a b e* circa *a b* reuoluta, ita *t θ* ad *θ β*, erit *β* centrum quæſitum.

Prop. XVIII.

Geniti à fig. homogenea genito à fig. ſinuum circa axem reuolutis, centrum grauitatis habetur; ſit enim prædicta fig. homogenea *e a r m*, circa *e a* reuoluta: habetur centrum geniti ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r*. quod eſt in *d*; item geniti ab *e r m* homogenei ſcilicet ſolido iſoparallelo ſub baſi *e r m*, & altitudine *e m* per poſit. 7, quod eſt in *z*, poſito quod centrum cognitum fig, *e r m* ſit in *n*; ita porro *e d* diuidatur in *i*, vt *z i* ſit ad *i d* vt genitum ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r* eſt ad genitum ab *e r m*, erit *i* centrum geniti à fig. *e a r m*.

Fig. 12 · Fig. 19

Si prædictæ fig. homogenea genito à fig. ſinuum, vt ſupra dictum eſt, voluatur circa baſim, habetur ratio ſolidi geniti ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis; ſint eadem vt ſupra, & voluatur figura *e a r m* circa *e m*; ſit centrum fig. *b*, ſolidum genitum eſt ad cylindrũ in compoſita ex ratione *e d* ad *e a*, & ex ratione *l b* ad *e d*, id eſt vt rectangulum ſub *e d*, *l b*, ad rectangulum ſub *e a*, *e d*, id eſt vt *l b* ad *e a*; ſunt enim ſolida genita in compoſita figurarum & diſtantiarum centrorum à communi axe, circa quem ſit reuolutio, per poſit 9.

Coroll. I.

Hinc habentur etiam alia genita, ſcilicet ab *e d r m*; quia habetur genitum ab *e r m*, per prop. 11. item genitum à trilineo *e d r*, per Coroll. 1 Prop 11. igitur aggregatum ex vtroq. igitur genitum ab *e d r m*: item habetur genitum à trilineo *a d r*, ſublato enim genito ab *a d r m*, ex genito ab *e a r m*, reſiduum erit genitum ab *a d r*; item habetur genitum ab *ſ m r a*; nam ſublato genito ab *e a r m*, ex cylindro genito ab *e ſ*, reſiduum dabit genitum ab *ſ m r a*; ex quo ſi auferatur genitum à trilineo *m p r* cognitum, reſiduum dabit genitum ab *ſ p r a*.

Coroll. II.

Habetur etiam genitũ ab *e a r m* circa *m ſ* reuoluta; ſublato enim genito ab *ſ m r a* cognito, ex cylindro genito ab *m a*, reſiduum dabit genitum ab *e a r m*.

Prop. XX.

Habetur centrum grauitatis geniti ab *e a r m* circa *e m* reuolutà; habetur enim centrum geniti ab *e r m*, quod eſt *n*; item geniti ab vtroque trilineo *e d r*, *a d r*, homogenei ſolido iſoparallelo ſub baſi *e a r* & altitudine *e a*; cum autem centrum trilinei *e a r* cognoſcatur per Coroll. 2 Prop. 10. ſit in *q*, ducta *q u*, centrum geniti ab *e a r* eſt in *u*; ita Demum diuidatur *u n* in *o*, vt *o u* ſit ad *o n*, vt genitum ab *e r m* eſt ad genitum ab *e a r*, erit *e* centrum grauitatis geniti ab *e a r m*. res facilè ad calculos reduci poteſt.

Prop. XXI.

Fig. 20 Inuenitur ratio geniti à quolibet ſegmento figuræ ſinuum: ſit fig. ſinuum *d a ſ*, ſegmentum quodlibet *a q t*, ſit fig. *d a ſ l* homogenea genito à fig. ſinuum, de qua ſupra: erit genitum ab *a q t* ad genitum à *d a ſ*, vt trilineum *t a x*, ad totam *d a ſ l*. ſit *d e* æqualis *a t*, ſit etiã fig. ſinuum *d ſ u*, ſcitur ratio *d ſ u* ad *d a ſ*, quæ eſt * ſcitur etiam ratio *d a ſ* ad *a l*, quæ eſt* igitur ex his habetur ratio *d a ſ* ad *d a ſ l*, quæ eſt dimidia *a l* igitur ſcitur ratio *d a ſ l* ad trilineum *d e p* igitur & geniti à *d a ſ* circa *d a* reuoluta, ad genitũ à ſegmento *t a q*.

* 1. 4

* 7. 11

Aliter

Aliter; ſcitur ratio rectanguli *d K* ad *dg* æquale fig. *d a f l*; item ad trapezium *d p i l*, quo ſublato ex *d* K, reſidua ſunt trilinea *d e p*, *l k i*; igitur habetur ratio rectanguli *dg* ad trilineum *d e p*.

Coroll. I.

Hinc traducto ſegmento *t a q* in *d e z*, conſtructaq; fig. ſinuũ *e m* K, producto axe *f m*, ac tandem diuiſa *u n* bifariam, ducta *r y* parallela *l f*; ſi duo trilinea *l* K *i*, *d e e* librentur in *y r*, erit æquipondium; vt enim *i* K ad *d e*, ita quælibet parallela *i K*, ad quamlibet parallelam *d e*, æquidiſtantem ab *r y*; ſed vt *d e e* ad *l K i*, ita genitũ à *t a q*, vel *d e z*, ad genitum ab *f y δ*, nempe vt genitum à *d z* eſt æquale genito à *δ y*, ita genitum à qualibet parallela *d z*, eſt æquale genito à parallela *y δ*, æquidiſtante ab *y r*: igitur genitorum à *d e z*, & *f y δ* libratorum in *y r* momenta ſunt æqualia: item genitum à *e δ f z*, nẽpe vt *p i* eſt æqualis *e b*, & quælibet alia parallela *p i* æqualis alteri parallelæ æquidiſtãte ab *a r*, ita genitũ à *e δ*, æquale genito ab *f z*; & quodlibet aliud genitũ à parallela *e δ*, æquale genito ab alia æquidiſtante ab *y r*.

Coroll. II.

Hinc habetur diſtantia centri grauitatis ſegmenti *t a q* ab axe *t a*; cũ enim habeatur ratio geniti à *t a q* ad genitũ à rectangulo ſub *t a*, *t q*; item ratio ſegmenti *t a q* ad prædictũ rectang. cum genita ſint in compoſita ex rationibus figurarũ & diſtantiarum centri vtriuſq. ab axe communi *t a*; cum demum habeatur diſtantia centri rectanguli prædicti, quæ eſt dimidia *t q* inde habetur alia diſtãtia centri ſcilicet *t a q* ab eadem *t a*: quod vt clariùs appareat; ſit ratio genitorum *a b*, *a d*; ſit ratio figurarum *a b*, *a c*; ſit *b e* diſtantia cognita, ſcilicet cẽtri rectanguli ab axe communi; ſint rectangula *a e*, *a g*, *a b*; ducantur K *e*, *f i l*: erit *f g* diſtantia quæſita, ſuntque rectangula *a e*, *l g*, vt *a b*, *a d*, & in compoſita ex rationibus *a b* ad *a e*, & *b e* ab *f g*. Fig. 11

Coroll. III.

Hinc habetur diſtantia centri grauitatis trapezij *d a q z* ab axe *a d*; quia ſcitur diſtantia centri rectang. *d q*; itẽ ſegmenti *t a q*. igitur aggregati ex vtroq; itẽ habetur diſtantia centri grauitatis trapezij *d t q f*, ab axe *d a*, cũ habeantur diſtantiæ totius *d a f*, & partis *t a q*, habetur etiã alterius partis. Fig. 10

Coroll. IV.

Hinc habetur diſtantia centri grauitatis ſegmenti verſi *z q f*, ab eadem *d t*; cum ſcilicet habeantur diſtantiæ totius *d t q f*, & alterius partis ſcilicet rectang. *d q*, habetur etiã diſtantia cẽtri alterius partis, ſcilicet ſegmẽti *z q f*: igitur & diſtãtia centri eiuſdem *z q f* ab axe *z q*; igitur habetur genitũ à ſegmento *z q f*, circa *z q* reuoluto; eſt

enim ad cylindrũ eiuſdem baſis & altitudinis, in cõpoſita ex ratione *z q ſ*, ad *z t*, & ex ratione diſtantiæ centri *z q ſ* ab ipſa *z q*, ad dimidiam *z d*.

Coroll. V.

Hinc deſcripto quadrante *d ſ t*, cũ habeatur perpendiculũ cadens in *z ſ*, à centro grauitatis ſegmenti *z q ſ*, item perpendiculum cadens in *z ſ* à centro grauitatis *z t ſ*, habebitur etiam perpendiculum cadens in eamdem *d ſ*, à reliqua figura *ſ q t*.

Propoſitio XXII.

Fig. 22. Figura homogenea genito à fig. ſinuum circa axem reuoluta, eſt æqualis circulo, cuius diameter ſit baſis fig. ſit prædicta fig. homogenea *a ſ i b*, ſit ſemicirculus *a K b*; cũ hic ſit æqualis rectang. *a i*, ac proinde circulus integer æqualis rectang. *a l*, cui *a ſ i b* æqualis eſt, erit hęc æqualis circulo.

Coroll. I.

Ductis quotlibet parallelis *a ſ*, vt *e t*, *f u*, *x z*: vt *a ſ* eſt æqualis arcui *a k b*, ita *e r* arcui *o n b*; *x m* arcui *n b*; de *x m* patet ex conſtructione lineæ ſinuum *i m b*; cum enim *f x* ſit ſinus arcus K *n*, æqualis ſcilicet *m z*, erit *x m* æqualis *n b*, nempe ſupponitur *f i* æqualis arcui K *b*; cum autem *e t* ſit æqualis arcui *o a*, erit *e r* æqualis arcui *o* K *b*; idem quælibet alia aſſumpta oſtenditur.

Coroll. II.

Hinc ſublato ſemicirculo *a* K *b*, reliquum fig. eſt æquale ſemicirculo; & fig. ſinuum *a ſ z b*, eſt æqualis quadrato ſub *a b*; foliũ deniq. *b i ſ z b* æquale differentiæ prædicti quadrati & circuli ſub diametro *a b*.

Coroll. III.

* $\frac{3}{16}$ Si ex centro grauitatis fig. *a ſ i b* cadat perpendicularis in *a b*, puta in *d*, erit *a d* ad *d b*, vt 3. ad 5. nempe ex centro *a i b* cadit in *f*, itẽ ex centro trilinei *a p i* cadat in *b*, ſit *f a* 7. erit *a b* 2. * ita diuidatur *b f* in *d*, vt *b d* ſit ad *d f*, vt *a p i* ad *a i f*, id eſt vt 4. ad 7. vel vt 16. ad 28. erit *d f* 1 * igitur *d a* 5. * *d b* * igitur *a d* ad *d b*, vt 5. * ad 8 * vel vt 21. ad 35 id eſt vt 3. ad 5, hinc in 8 partes æquales diuidatur, *a d* erit trium, *d b* quinque huiuſmodi partium.

* $\frac{1}{4}$ * $\frac{1}{4}$ * $\frac{1}{4}$ * $\frac{3}{4}$ * $\frac{3}{8}$

Coroll. IV.

Si ex centro fig. ſinuum *ſ i b* cadat perpendiculum in *g i* erit *f g* * totius *f i*, & vt *f h* ad *f g*, ita quadratum ſub *f b*, ad ſemiquadrantem circuli ſub radio *f b*: igitur ſuſpenſa ex *f* fig. *ſ i b*, perpendiculo *i ſ* brachio libræ *a ſ*, ſemiquadrãs in *a* faciet æquipondium, vel æquale momentum; cum enim momenta ſint in compoſita quantitatum &

* $\frac{3}{4}$

diſtan-

diſtantiarum, momentum in *g* eſt ad momentũ in *a*, vt rectangulum ſub *f b*, *fg*, ad rectangulum ſub *fg*, *f b*; nempe in *g* eſt quantitas *f b*, diſtantia *g f*, in *a* verò, quantitas *fg*, diſtantia *f a*, vel *f b*, igitur vtrimque momenta æqualia.

Coroll. V.

Si ſit *b δ* æqualis *a f*; item *f y* æqualis *f i*; fiatque linea ſinuum *y β δ*, erit figura *i b δ y f* æqualis & homogenea rectangulo *l y*; vt enim *b δ* eſt æqualis *l θ*, ita *β m* æqualis *π x*; idem qualibet alia aſſumpta oſtenditur; igitur prædicta fig. eſt homogenea rectangulo *l y*, igitur eidẽ æqualis, cum ſit æqualis altitudinis *b f*, & æqualis baſis *b θ*; igitur prædicta fig. eſt æqualis circulo ſub radio *f b*, igitur & fig. *a f i b*.

Coroll. VI.

Si prædicta fig. appẽdatur ex *f*, perpendiculo *i f*, brachio libræ *a f* ſemicirculus *a K b* in *a* faciet æquipondium; nam diuiſa *b f* biſariam in *x*, ducta *z x β* it per centrum figuræ igitur momentum in *x* eſt æquale momento in *a*, cum ratio ponderum ſit * & diſtantiarum * igitur compoſita * igitur momenta æqualia; idem fiet ſi appendatur perpendiculo *l b* brachio libræ *b γ*, æquali *b f*

* $\frac{5}{8}$
* $\frac{4}{8}$
* $\frac{5}{8}$
* $\frac{1}{8}$

Corroll. VII.

Sit idem perpendiculum *l b*, & brachium libræ *b γ*, pro fig. ſinuũ *f i b* appenſa, quadratum ſub *b f* minus * circuli, facit æquipondiũ, vt patet; pro reliqua verò fig. *f y δ b* faciunt æquipondiũ * eiuſdem circuli, minus quadrato ſub *b f*

* $\frac{1}{8}$
* $\frac{5}{8}$

Coroll. VIII.

Si vero ſit perpẽdiculum *a p*, brachium libræ *a e*, æqualis *a f*, pro fig. *a f i f* appenſa, æquipondium facient * eiuſdẽ circuli, minùs quadrato ſub *a f*; quia æqualis eſt fig. *b δ y f* iam appenſæ perpendiculo *l b*, eiuſdemque poſitionis; pro fig. autem ſinuum *f i b* appenſa perpendiculo *a p* æquipondium faciet * eiuſdem circuli, plus quadrato ſub *a f*; igitur ratione totius fig. *a f i b* appenſæ æquipondiũ facient * prædicti circuli, quia ſi addantur * minùs quadrato * plus quadrato, erit sũma * igitur vt 8. ad 6. ſeu 4 ad 3. ita *e a* ad *a d*, cadit enim à centro fig. *a f i b* perpendicularis in *d*; ſed *a f* eſt æqualis *a e*; igitur *a d* eſt ad *d b* vt 3. ad 5. vt iam ſupra oſtenſum eſt.

* $\frac{5}{8}$
* $\frac{1}{8}$
* $\frac{6}{8}$
* $\frac{5}{8}$
* $\frac{1}{8}$
* $\frac{6}{8}$

Coroll. IX.

Si ſupponatur circulus integer, eodẽ centro *a*, cũ diſtantiæ *a f*, *e f* ſint æquales, ad æquipondiũ, tantũdem accedat oportet momento *e*. igitur * ciruli; igitur momentum *e* cõponunt * circuli, oppoſitũ vero momentũ æquale cõponunt * circuli; igitur diſtantiæ ſunt in eadẽ ratione, permutando; igitur vt 12. ad 10. vel 6. ad 5. ita *e a*, ad aliam

* $\frac{4}{8}$
* $\frac{10}{8}$
* $\frac{12}{8}$

v'g. *a o*, in *o* cadet perpendicularis à centro fig. cũ autẽ *a f* ſit æqualis *a e*, ſit *a b* 12, erit *a o* 5, & *o b* 7.

Coroll. X.

Hinc ſi fig. *a f i b* voluatur circa *a f*. genitum eſt ad cylindrum
* 1/2 eiuſdem baſis & altitudinis vt 3 ad 8. eſt enim in compoſita ex ra-
* 3/4 tione fig. *a f i b* ad rectangulum ſub *a f*, *a b*; quæ eſt * & ex ratione
* 3/8 *a d* ad *a f*, quæ eſt, * igitur compoſita eſt.*

Coroll. XI.

Si ſupponatur circulus integer centro *a*, & voluatur fig. vt ſupra ratio geniti ad cylindrum habetur, ſcilicet compoſita ex ratione fig. *a f i b*, plus ſemicirculo, ad rectangulum ſub *a h* & *a f*, plus *a f*, & ex ratione *a o* ad *a f*.

Coroll. XII.

Si ex fig. *a f i b* detrahatur ſemicirculus, vt maneat æquipondiũ,
* 4/8 reliquis vt ſupra ſtantibus, debet detrahi ſemicirculus id eſt * mo-
mento *ei* igitur remanent * pro eodẽ momento *e* ad æquipondium,
* 2/8 igitur cum ratio ponderum ſit * ratio diſtantiarum erit * igitur ſi ſit
* 1/2 *a c* ſubdupla *a e*, vel *a f*, in *c* cadet perpendicularis à centro graui-
* 2/8 tatis fig. *a f i b*, detracto ſemicirculo *a K b*.

Coroll. XIII

Si voluatur fig. *a f i b* detracto ſemicirculo *a K b*, genitum eſt ad
cylindrum vt 1 ad 8. ſcilicet in cõpoſita ex ratione fig. ad rectangu-
* 1/4 lum ſub *a f*, a *b*, quæ eſt * & ex ratione *a c* ad *a e*, quæ eſt * igitur cõ-
poſita eſt * hinc genitum à tota *a f i b* eſt triplum prædicti geniti, &
* 1/2 genitum à ſemicirculo *a K b* duplum. Hinc aſſumpto circulo inte-
* 3/8 gro, genitum à fig. eſt ad cylindrum ſub eadem baſi & altitudine
a f vt 3 ad 8. nempe genitum à ſemicirculo eſt ad prędictũ cylindrũ
vt 2 ad 8. igitur genitum à circulo vt 4 ad 8. genitũ à reſiduo vt 1
ad 8. igitur genitum à toto vt 5. ad 8.

Coroll. XIV.

Habetur centrum fig. *a f i b*, ducatur enim à centro fig. *a i b* cognito recta ad centrum trilinei *a i f* cognitũ, eritq. centrũ totius fig. illud in quo recta prædicta ſecat perpẽdicularẽ cadentẽ in *d*. puta *o*.

Coroll. XV.

Hinc habetur genitum à fig. *a f i b* circa *a b* reuoluta: eſt enim ad cylindrum eiuſdem altitudinis & baſis vt rectangulum ſub *a f*, *d o* ad rectangulum ſub *a b*, *a p*. ſcilicet in compoſita ex ratione fig. ad rectangulum, & diſtantiæ *d o* ad diſtantiam *a p*.

Ita-

Itaque, vt breui ſumma complectar, ſit *b e f e* ſimilis priori; item *b e ſ a*. accedant *bg b e*, *b g i a*; ſint duo ſemicirculi ſub *a b*, *b e* diametris; item fig. ſinuum *b f e*, *b ſ a*: ſit *ſ δ* æqualis *m l*, ac cæteræ ſimiliter reliquis ſinubus, cum linea *a δ e* terminante; deniq. ſit figura ſinuum *a i b*, ſemicirculus *b x a*, parallelæ *o r*, *z u*, &c. his poſitis, ſi circa [illegible] voluatur *b e f e*, genitum eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis vt 3. ad 8. Si ſubtracto ſemicirculo reliquum figuræ voluatur, genitum eſt ad cylindrum vt 1. ad 8. Si voluatur figura ſemicordis *b g i a l* genitum eſt ad prædictum cylindrum vt 5. ad 8. pari modo habetur genitum à *b f e*, quod eſt ad cylindrum eiuſdẽ altitudinis vt quadratum radij ad ſemicirculũ, itẽ genitũ à trilineo *b f e*.

Coroll. XVI.

Si voluatur fig. *b e ſ a* circa tangentem in *a*, genitum eſt ad cylin- * 1/2
drum eiuſdem baſis & altitudinis vt 5. ad 8. ſcilicet in compoſita fi-
gurarum * & diſtantiarum à centro * Si voluatur tota *a e e*, erit ge- * 5/4
nitum dimidium cylindri, ſub eadem baſe & altitudine; eſt enim ra-
tio diſtantiarum æqualitatis; igitur genita ſunt vt fig. ſi ſubtracto * 5/4
ſemicirculo voluatur reſiduum fig. *b e ſ a*, erit genitum ad cylindrũ * 3/2
vt 3. ad 8. compoſita ſcilicet ex ratione figurarum * & diſtantiarum
* ſi ſubtracto vtroque ſemicirculo, voluatur reſiduum totius figuræ
a e e, quod eſt ad inſtar lilij, erit genitum ad cylindrum vt 1. ad 4.
quæ eſt ratio figuratum; ſunt enim diſtantiæ æquales; ſi voluatur
fig. ſemicordis erit ad cylindrum ſub altitudine *bg* & baſi genita ab
a b, vt 7. ad 8. ſi demum totum cor, erit genitum ad cylindrum ſub
altitudine *b g* & baſi genita ab *a e* vt 6. ad 8. nempe genitum à fig.
a e e eſt ad prædictum cylindrum, vt 4. ad 8, genitum à lilio vt 2, ad
8 igitur genitum ab vtroq. ſemicirculo vt 2. ad 8. igitur genitum
à corde, id eſt à fig. ſimul & duplici ſemicirculo, eſt vt 6, ad 8. Hinc
genitum à ſemicorde circa *b g* reuoluto, eſt æquale genito à *b e ſ a*
circa tangentẽ *a*; item genitũ à fig. *b e ſ a* circa *b e*, æquale genito à
reſiduo eiuſdẽ fig. cui ſublatus eſt ſemicirculus, circa tangentem *a*.

Coroll. XVIII.

Si fiat reuolutio circa *ae*, cum habeatur ratio fig. & diſtantiarum à centro, habetur ratio genitorum, quæ eſt compoſita ex vtraq. habetur autem centrum cum fig. *a e e*, tum lilij, vt patet: item facta reuolutione circa tangentem, habetur genitum à fig. *b e ſ a*; ſublato enim ex cylindro, genito ab eadem, circa *b a* reuoluta, reſiduũ dabit genitum ab eadem fig. circa tangentem *e*. item habetur genitum à reſiduo fig. *b e ſ a*. ſubtracto ſemicirculo; nempe habetur genitum à ſemicirculo *a l b*, circa tangentem *e* reuoluto, eſt enim dimidiũ cylindri ſub altitudine *b a*, & baſi genita ab *e b*, minùs ſphæra ſub diame-

tro

Digitized by Google

tro *a b*;ſublato ver ò genito à ſemicirculo, habetur genitũ à reſiduo; igitur genitum à lilio; igitur & genitum à trilineo *b ſ e*, itẽ genitũ à fig. *e ſ a i g*, quod eſt dimidiũ cylindri; cũ enim diſtantiæ ſint æquales, genita ſunt vt fig.

Coroll. XVIII.

Si voluatur circa tangentem *g*, fig. ſemicordis, habetur genitum ab illa; nempe habetur genitum à ſemicirculo *a l b*; & vt parallelepipedum ſub quadrato *g b*, & altitudine *b a*, ad cylindrum ſub altitudine *g b*, & baſi circulo *a x b l*, plus ſolido homogeneo hemiſphærio, procedente per quadrata ſinuũ, ſub altitudine *a b*, ita genitũ à rectang. *g a*, circa *g* reuoluto, ad genitũ à ſemicirculo *a l b*; ſublato igitur genito à *b e ſ a*, circa *b a* reuoluta, ex genito à rectangulo *g a*, circa *g* reuoluto, reſiduum, cum genito à ſemicirculo, dabit genitum à ſemicorde circa *g*. hinc habẽtur genita ab integro circulo *a x b l*, ab integra cordis fig. à lilio, à gemino lilio, ſublato vtrimq. circulo; cũcta hæc ad calculos reduci poſſunt, ſuppoſita ratione archimedea.

Coroll. XIX.

Centrum grauitatis geniti à *b e ſ a* circa *b e* reuoluta facilè inuenitur; nempe centrum geniti à trilineo *b ſ e* eſt in *d* geniti verò à *b ſ a* æquè diſtat ab *a c*, ac centrum fig. *b ſ a*; igitur habentur in *e b* cẽtra genitorũ à *b ſ a*, & *b ſ e*; igitur habetur cẽtrũ geniti ab vtroq. ſcilicet quæſitum. Habetur etiam centrum geniti à *b x a*; igitur cõmune geniti ã *b x a ſ*; igitur geniti *b e ſ a x*, item geniti à reſiduo *b e ſ a*, cui ſublatus eſt *b l a*; igitur & centrum geniti à fig. cordis.

Coroll. XX.

Fig. contenta curua *a ∂ e* & curua *a ſ e*, eſt homogenea ſemicirculo *a l b*, & eidem ęqualis, vt patet; item ęqualia genita à *b e ſ a x* & *b e ∂ a*; item reſiduum fig. *b e ∂ a*, ſublato ſemicirculo *b l a*, æquale eſt fig. *b e ſ a*; item genita ab vtraquè ęqualia; item habetur genitũ ab *m ſ a*, circa *m a*, quod eſt homogeneũ ſolido procedenti per quadrata arcuum cognito; item genitum ab *m ∂ a*, circa *m a*, quod eſt homogeneum ſolido procedenti per quadrata compoſitarũ ex arcubus & ſinubus, etiam cognito, per Coroll. 7. Prop. 14. ſolidum verò procedens per quadrata compoſitarum ex arcubus & ſinubus, *i l*, *t u*, eſt æquale procedenti per quadrata *m ∂*, & parallelarum terminatarum ad curuam *a ∂ e*; item æquale procedenti per quadrata *i l*, *q r*, &c. deniq. ſi parallelepipedo ſub quadrato *g b*, & altitudine *b m* auferatur bis iſoparallelum ſub baſi trilineo *l ſ b*, minùs ſolido procedente per quadrata ſub *l ſ*, & alijs differentijs arcuum & ſinuum, ſub altitudine *b g*, cognito per Coroll. 5. Prop. 14. reſiduum dabit ſolidum ſub altitudine *b m*, procedens per quadrata *g b*, *o r*, *i l*,

æquale

æquale procedenti per quadrata *b e*, *m ſ*, ſub eadē altitudine; hinc habetur totū ſolidū ſub altitudine *a b*, procedens per quadrata *b e*, *m ſ* &c. hoc autem eſt ad parallelepipedū ſub altitudine *a b* & baſi quadrato *b e*, vt genitum à fig. *b e ſ a*, circa *b a* reuoluta, ad cylindrū eiuſdem altitudinis, & baſis; hæc toties demonſtrata ſunt, vt repetere pudeat

Propoſit. XXIII.

Semicyclois terminat compoſitas ex arcubus & ſinubus ordinatim applicatas diametro circuli; vt hæc, cū ijs, quæ dicenda ſunt, intelligantur & demonſtrentur, aliquid nouæ conſtructionis adhibendū eſt. ſit *e b* diameter ſemicirculi *b d e*, inſiſtens ad angulos rectos ipſi *e g*, ductiſq. quotcūque parallelis *o t*, *a i*, *k x*, ſit *l n* æqualis arcui *l b*, item *d f* æqualis arcui *d l b*, *o ſ* arcui *p l b*, *e g* demū arcui ſemicirculi *e d b*, & per extrema pūcta *b n f g* curua ducta cenſeatur: præterea ſemicirculus *e d b* ita moueatur in *e g*, motu centri recto per *a i*, & motu orbis circa *a*, vt motus vterq. æqualis ſit & ſimul fiat: præterea aſſumatur *l m*, æqualis k *l*; *d e*, æqualis *a d*; *p q*, æqualis *o p*; idēque fiat in qualibet aſſumpta, & per extrema puncta *b m e q e* curua ducatur; ſit deniq. curua *e r f b* ſimilis priori *b n f g*, & fig. ſinuū *i y b*; his poſitis, demonſtro, lineam *b n f g* eſſe ſemicycloidem, hoc eſt lineā curuam deſcriptam à puncto *b*, in prædicto motu ſemicirculi, per Def. 2. moueatur *b* motu orbis per arcum *b d*, recedit à *b e* ſpatio *a d* id eſt ſinus arcus *d b*; ſimul autem moueatur motu cētri, æquali motui orbis, recedit à *b e* ſpatio *d f*, æquali arcui *d b*; nam æquales motus, æqualibus temporibus, ſupponunt ſpatia æqualia, igitur vtroque ſimul motu punctum *b* recedit à *b e* ſpatio *a f*, & cùm decurſo arcu *b d* ſit in linea *a i*, erit in *f*; eodem modo probabitur, decurſo arcu *b l*, punctum *b* eſſe in *n*; decurſo arcu *p l b*, eſſe in *ſ*; decurſo arcu *e d b*, eſſe in *g*. denique decurſo quolibet arcu, terminare applicatam. Fig. 26

Vt autē omnis ambiguitas tollatur, aliquot definitiones nominis ſubnecto: vocetur ſemicyclois, curua *b n g*; fig. ſemicycloidis *e b f g*; axis *b e*; baſis *e g*; circulus genitor *b d e*, ordinatim applicata *a f*; ſegmentum rectū k *b n*; ſegmentū verſū *y f g*; trapezium rectū *e k n g*; trapezium verſum *e b f y*.

Coroll. I.

Quodlibet ſegmentū ordinatim applicatæ, inter arcū ſemicirculi *e d b* & curuam *b f g* interceptum, æquale eſt reſecto arcui; v. g. *d f* æqualis arcui reſecto *d b*; *l n*, æqualis arcui *l b*; *p ſ*, æqualis arcui *p l b*.

Coroll. II.

Hinc linea curua *a ſ e* de qua fig. 23. eſt ſemicyclois; & *b a ſ e* fig. cycloidis.

Corol. III.

Hinc rectè definita ſupra ſemicyclois, tū per motum rotæ, vel cir-

 culi

culi in plano, ita vt motus orbis & centri æquales ſint; tum per ordinatim applicatas diametro circuli,cōpoſitas ex ſinubus & arcubus

Corol. IV.

Fig. *b e c* eſt homogenea ſemicirculo *b d c*; vt enim *a d* eſt ad *a e*, ita *K l* ad K *m*, &c. vocetur terminās duplas ſinuum; eſt autē ellipſis. vt patet; item fig. cōtenta curuis *b c d* & *b e d* eſt vtriq. homogenea.

Corol. V.

Fig. contenta curuis *b e c* & *b f g* eſt homogenea trilineo *b b g* hōpe *e f* eſt æqualis *f i*, eſt enim *e f* differentia ſinus *m d* & arcus *d b*; hēc *f i* plus *d a* æquat arcum *d c*. igitur *f i* æqualis *e f*; item *f t* plus *o p*, æquat arcū *p c*; igitur ſubtracto ex *o t*, arcu *p c*, plus *p o*, reſiduum eſt *q f*; aſſumpta autem *K b* æquali *b c*, ſubtracto ex K *x* arcu *l b*, æquali *p o*, vel *l n* plus K *l*, æquali *o p*, ideſt, ſubtracta tota k *m*, reſidua *n x* erit æqualis *q f*, idem oſtenditur qualibet alia aſſumpta; igitur ſunt fig. homogeneæ. aliter oſtenditur; cū *o p* plus *f t* ſit æqualis arcui *p c*, & conſequenter rectæ *p r*; ſicque *p q* æqualis *p o*, erit *q r* æqualis *f t*; pari modo *m n* eſt æqualis *u x*, igitur *m u*, æqualis *n x*; igitur trilineum *g b q*, homogeneū fig. contentæ curuis *c e b* & *c f b*. & recta *b b*. igitur & æquale, per Poſit. 1. Hinc etiā æqualis ſemicirculo *c d b* fig. contenta curuis *c d b*, *c e b*.

Coroll. VI.

Hinc trilineū *g i f*, æquale trilineo *e f b*, item trapezium *c e f g* æquale trapezio *c f i g*.

Coroll. VII.

Trilineum *d f b* eſt homogeneū fig. ſinuum *i y b*; vt enim *d f* eſt æqualis *i y*, ita *l n* æqualis *x z*, ſcilicet arcui *l b*, idem dico, qualibet alia aſſumpta, igitur trilineū homogeneum fig. igitur & æquale,

Propoſ. XXIV.

Fig. cycloidis adæquat tres circulos genitores, vel quod idem eſt fig. ſemicycloidis æquat tres ſemicirculos. Hanc propoſitionem nōnulli iam demonſtrarunt, vt Torricellus in appendice de dimenſione cycloidis, ego ab eo inuenta non retrudo, ſed meo modo quadruplici demonſtratione rem explano.

1. rectangulū *e i* eſt æquale circulo genitori, per Coroll. 2. Poſit. 2. trilineum *g i f* æquale trilineo *e f b*, per Coroll. 6. *a b i* æquale ſemicirculo per Corol. 5. igitur *a b* plus *e i* vel quod idem eſt fig. ſemicycloidis *c b g*, æqualis tribus ſemicirculis.

2. *c b* æquale eſt duobus circulis; *c e b* æqualis circulo; igitur reſiduum æquale circulo; ſed reſidui dimidium eſt trilineū *g b b* per Coroll. 5. igitur æquale ſemicirculo; igitur aliud dimidium contentum

curuis

curuis *bce.bfg* & recta *cg* æquale ſemicirculo; igitur tota fig. *cbg* æqualis tribus ſemicirculis.

3. *dfb* trilineũ æquale fig. ſinuum *iyf*, per Coroll. 7. igitur quadrato ſub *ab* per Coroll. 1. Prop. 3. trapezium *eafg* æquale circulo, minùs trilineo *gif*, item trilineum *efb* differentiæ quadrantis & quadrati; igitur *abf* adæquat ſemicirculum plus prædicta differentia; trapezium adæquat circulum minùs eadem differentia, igitur vtrumque ſimul, id eſt tota fig. *cbg* adæquat tres ſemicirculos.

4. Fig. ſemicordis eſt æqualis tribus ſemicirculis, vt fusè oſtensũ eſt Prop. 22. hęc autẽ eſt æqualis fig. *cbg*, quia homogenea; vtraque enim procedit per applicatas compoſitas ex arcubus & ſinubus, per Coroll. 3. igitur fig. ſemicycloidis adęquat tres ſemicirculos, igitur tota fig. cycloidis tres circulos genitores.

Coroll. I.

Sectio cotenta recta *bg*, & curua *bfg*, ęqualis eſt ſemicirculo, quia triangulũ *cbg* adæquat circulũ.

Coroll. II.

Trilineum *dfb* æquale quadrato ſub *ab*; quia triangulum *abd* ęquale quadranti, & fig. *abf* æqualis quadranti plus quadrato.

Coroll. III.

Trilineum *lbn*, plus Trapezio *cpfg* adæquat rectangulum K*b*, quia *pqc* æquale k*bl*; *qrc* æquale *xbu*; denique trapezium *crfg* æquale trapezio *bnub*: idem qualibet alia aſſumpta, oſtenditur: eſt autem K*b* ad circulum vt *b*K, ad *ba*; hinc trapezium *dlnf*, plus *dpff* eſt ad circulum, vt *a*k ad *ab*. Hinc cylindrus ſub altitudine K*b*, & baſi circulo ſub radio *ab*, eſt æqualis iſoparallelo, ſub baſi k*b* & altitudine *ab*, ſunt enim in compoſita ex ratione baſium, quæ eſt *ba* ad *b*k, & altitudinum, quæ eſt *b*k ad *ba*.

Coroll. IV.

deb ęqualis eſt quadranti, quia *efb* trilineũ ęquale eſt differentiæ quadrantis & quadrati; item *dfg* æqualis bis ſegmento circuli contento arcu quadrantis & ſubtenſa *ed*, item curua *cfg* diuidit bifariã triangulum *bgb*; item trilineum *efg* continet quater prædictũ ſegmentum; igitur eſt duplum trilinei *dfg*.

Propoſit. XXV.

Habetur ratio dati cuiuslibet ſegmenti recti fig. cycloidis ad totã fig. ſit primò ſegmentum *abf*, eſt ad *cbg* vt quadrans plus quadrato, ſub *ab*, ad tres ſemicirculos, id eſt iuxta rationem archimedeã, vt 25. ad 66. ſit deinde aliud ſegmentũ puta k*bn*, ſcitur ratio *lbn* vel *xzb* ad quadratũ ſub *ab*, per p. 6. igitur ad quadrantem; ſcitur etiã ratio ſemiſegmenti K*bl* ad quadrantẽ, eſt enim æquale rectangulo ſub dimidia *lu*, & *ab*, minùs triang. *a*K*l*; igitur habetur ratio

 ſeg.

Digitized by Google

ſegmenti k *b n* ad quadrantem igitur ad totam *e b g*, quæ continet 6. quadrantes. Haud aliter habetur ratio ſegmenti *o b f*, quia habetur *e t*, item *g i f* æquale *m n b*; quo ſublato ex *e t*, & reſiduo ſublato ex tota *e b g*, reſiduum erit *o b f*. vel breuiùs, cum *e m n f* ſit æquale *f i t f*, datis, *o i*, *a b e*, & *m n b*, habetur *o b f* æquale prędictis ſimul ſumptis.

Propoſ. XXVI.

Habetur centrũ grauitatis fig. cycloidis; ſit ſemicycloidis fig. *e b g*, detracto ſemicirculo *e d b*, reſiduũ eſt homogeneum fig. homogeneæ genito à fig. ſinuũ, circa axem reuoluta, cum vtraq. fig. procedat per applicatas æquales arcubus; ſed perpendicularis cadens à centro prædictæ figuræ homogeneæ ita diuidit baſim vt ſegmenta ſint
1/5 in ratione * per Coroll. 3. Prop. 22. igitur à centro figur. contentæ curuis *b d c*, *b f g* & recta *e g* perpendicularis cadens in axem *b e*, ita illum ſecat, vt ſegmentum verſus *b* ſit ad ſegmentum verſùs *e*, vt 5. ad 3. Si verò prędictæ fig. homogeneæ accedat ſemicirculus, eo mo-
* 5/7 do, quo dictum eſt ſupra, perpendicularis à centro cadens in axem, ita illum ſecat, vt ſegmentá ſint in ratione * per Coroll. 9. Prop. 22. ſed fig. addito ſemicirculo eſt homogenea fig. *e b g* per Coroll. 2. Prop. 23. igitur à centro fig. *e b g* perpendicularis cadens in axem, ita illũ ſecat, vt ſegmentum verſùs *b*, ſit ad aliud verſùs *e*, vt 7. ad 5. Hinc ſi *e b* ſit 12. partiũ ęqualiũm, aſſumptis à vertice *b* ſeptem illarũ, ibi erit centrum fig. cycloidis.

Coroll. I.

Hinc cuiuslibet ſegmenti recti fig. cycloidis centrum grauitatis habetur; ſit v. g. *a b f*; habetur centrum grauitatis fig. *i y b*, per Prop. 10. ducta igitur ab hoc centro, perpendiculari in *b a*, ibit per centrum trilinei homogenei *d f b*, per Poſit. 8. pari modo habetur centrum quadrantis *a d b*, & ducta ab eo perpendicularis in *a b*; porro ita diuidatur ſegmentum axis perpendicularibus interceptum,
* 14/11 vt pars verſùs *b*, ſit ad aliam verſùs *a*, vt quadratum ad quadrantẽ,
* 3/2 ibi erit centrũ ſegmenti *b a f*. vt autem aliquid calculi adhibeamus,
* centrũ *a b d* facilè habetur, cũ enim ratio figurarũ id eſt quadrati ſub
31/33 *a d* & quadrantis *a d b* ſit * item ratio ſolidorũ genitorũ, facta reuo-
* 1/4 lutione circa *a d*, * & altera diſtantiarum ſit dimidia *a b*, v. g. 7. erit altera diſtantia 5. * hęc eſt diſtantia centri grauitatis quadrãtis ab
* 1/2 *a d*; porro centrum trilinei *d f b* diſtat ab *a i* * totius *d f*, quæ cum ſit 22. poſito quod *a b* ſit 14. igitur erit diſtantia partium 5. *

Sit aliud ſegmentũ k *b n*, habetur diſtantia centri grauitatis ſegmenti *x z h* ab axe *x z* per Coroll. 4. Prop. 21. igitur & fig. *l n b*, homogeneæ; ſcitur item diſtantia centri ſegmenti k *l b*, ab eadem K *l*; igitur ſi fiat vt ſupra, habetur diſtantia centri totius k *b n*, ab eadem k *n*; ſit demũ ſegmentũ *o b f*; habetur centrũ *a b f*, item K *b n*, igitur & alterius partis *a* K *n f*, item *a b e*, & k *b m*, igitur *e f b*, item *e m n f*.

igitur

igitur & *f i b ſ*, item *o i*, igitur *o a f ſ*; igitur & totius ſegmenti *o b ſ*. vt autem hæc ad calculos reducantur, ſupponitur circuli quadratura.

Coroll. II.

Hinc etiam aliarũ partium fig. cycloidis in Axe *b e*, habentur centra grauitatis, v.g. *m n b*; cum enim habeatur centrum totius ſegmenti k *b n*; item k *b m*; habebitur etiã alterius partis *m n b*; item *ſ i g*, *x b u*, quæ ſunt fig. homogeneæ trilineo *m n b*; habetur item trilinei *e f g*; cum habeatur, tum totius *e b g*, tũ partis *e e b*; item *e o ſ g*; item fig. contentæ curuis *b e c*, *b f g* & recta *e g*, habito ſcilicet centro totius *e b g* & partis *e e b*, igitur & trilinei *g b b*; item *e e f g*; itẽ *ſ i b b*; item ſectionis contentæ recta *b g* & curua *b f g*, cuiuslibet deniq. trapezij.

Prop. XXVII.

Si voluatur fig. cycloidis circa baſim, genitum eſt ad cylindrum eiuſdem altitudinis & baſis circuli ſub radio axi fig. æquali, vt 5. ad 8. ſit fig. ſemicycloidis *e b g*, voluatur circa baſim *e g*, genitum eſt ad cylindrum genitum à rectang. *e b*, vt 5. ad 8. ſcilicet in compoſita * 3/4
ex ratione figurarum * & diſtantiarum * quæ eſt * vel * nempe di- * 5/6
ſtantia centri figuræ *e b g* à *e g*, eſt ad *e a*, vt 5. ad 6. per Prop. 26. adde quod fig. *e b g* eſt homogenea fig. ſemicordis, & genitum ab illa * 15/24
genito ab iſta homogeneum eſt autem genitum à figura ſemicordis * 5/8
ad cylindrum, vt 5. ad 8. per Coroll. 15. Prop. 22. igitur & genitum à *e b g* ad cylindrum genitum à *e b*, vt 5. ad 8. idem dicendum eſt de genito à tota fig. cycloidis ad cylindrum ſub baſi circulo genito à *e b*, & altitudine dupla *e g*.

Coroll. I.

Hinc genitum à trilineo *g b b* eſt ad genitum à fig. *e b g* vt 3. ad 5. ad cylindrũ verò vt 3. ad 8.

Propoſ. XXIII.

Genitum à fig. ſemicycloidis circa baſim reuoluta, ſublato ſemicirculo genitore, eſt ad prędictum cylndrum vt 3. ad 8. hęc enim eſt homogenea figur. homogeneæ genito à fig. ſinuum, circa axem reuoluta igitur genita ab vtraque, homogenea; ſed, genitum ab altera eſt ad cylindrum vt 3. ad 8. per Coroll. 15. Prop. 22. igitur & genitum ab altera ad ſuũ cylindrũ vt 3. ad 8. ſit enim prædicta fig. cõtenta curuis *b d c*, *b f g*, & recta *e g*, circa *e g* reuoluta, genitũ eſt ad * 3/4
cylindrum in compoſita ex ratione diſtantiarũ, quæ eſt * per Prop. * 1/2
26. & Coroll. 3. prop. 22. & ex ratione figurarum, quæ eſt * ſed ex his * 3/8
compoſita eſt * igitur prędictũ genitum eſt cylindrũ vt 3. ad 8.

Coroll. I.

Hinc genitũ à prędicta fig. eſt ęquale genito à trilineo *g b b*, quod eſt ad cylindrũ vt 3. ad 8. per Corol. pr. 27. Co-

Digitized by Google

Coroll. II.

Hinc genitũ à ſemicirculo *c d b* eſt ad genitum à prædicta fig. vt 2. ad 3. & ad cylindrũ vt 1. ad 4.

Coroll. III.

Cum autem genitum à *c e b* ſit duplum geniti à *c d b*, ſunt enim genita, vt fig. genitum à fig. contenta curuis *b e c*, *b f g*, eſt ſubduplũ geniti à ſemicirculo *c d b*; eſt enim genitũ à fig. contenta curuis *b d c*,
* 1/8 *b e c* æquale genito à *c d b*; igitur vt 2. ſed genitũ a fig. contenta curuis *b d c*, *b f g* & recta *c g* eſt vt 3. igitur genitum à fig. contenta cur-
* 1/2 uis *b e c*. *d f g* & recta *c g*, eſt vt 1. igitur * cylindri, & * geniti à *c d a*.

Coroll. IV.

Genitum à fig. prædicta, ſcilicet curuis *b e c* & *b f g*, contenta, eſt æquale genito à trilineo *c g h*; nam cum ſingulæ applicatæ ſint æquales, in vtraq. fig. genitæ ſuperficies ſunt æquales; v. g. genita à *q ſ*, æqualis genitæ ab *r t*; genita ab *e ſ* æqualis genitæ ab *f i*; igitur ſolida genita æqualia: Hinc genitum à trilineo *g b b*, eſt triplum geniti à trilineo *c g b*.

Coroll. V.

Genitum à *b c b* circa *c g* reuoluta, eſt ad genitum cylindrum vt 7. ad 8. cum enim genitum à trilineo *c g b*, ſit ad cylindrum vt 1. ad 8. erit genitum à *b e b*, ad cylindrum, vt 7. ad 8.

Coroll. VI.

Hinc demum habentur alia genita, puta à trilineo *c f g*; cum enim habeatur genitum à trilineo *c g b*, item genitum à trilineo *g f b*, quod eſt ad genitum à rectangulo ſub *g b*, *i f*, vt trilineum ad rectang. habetur genitum à *c f g*. item à fig. curuis *c d b*, *c f b*, & recta *b b* contenta; cum enim genitum à ſemicirculo *c d b* ſit ad cylindrum vt 2. ad 8. & genitum à *b c b* vt 7. erit genitum à prædicta fig. ad cylindrũ vt 5. ad 8. igitur æquale genito à *c b g*; cum autem genitum à *c e b* ſit vt 4. erit genitum a figura contenta curuis *c e b*, *c f b* & recta *b b*, ad cylindrum, vt 3. ad 8. igitur æquale genito a fig. contenta curuis *b d c*, *b f g* & recta *c g*. Hinc genita a *c d a* & trilineo *c f g*, adæquant genitum à trilineo *b b f*.

Prop. XXIX.

Genitum a quolibet ſegmento recto cycloidis circa baſim reuoluto haberi poteſt. Sit *a b f* circa *a f* reuolutum, genitum a *d f b* eſt æ-
* 1/6 quale genito ab *i y b*; ſunt enim fig. homogeneæ; igitur dimidium
* 2/3 cylindri eiuſdem baſis & altitudinis per prop. 4. genitum vero a qua-
* 1/2 drante *a d b*, eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt 2. ad 3. igitur ſit *a d* 7. *d f* 11. erit genitum ab *a b f* ad cylindrum ſub altitudine *a f* vt 10. * ad 18. vel vt cylindrus ſub eadem baſe & altitudine compoſita ex * *a d* & * *d f*. ideſt vt 61. ad 108. Sit

Sit aliud ſegmentum K *b n*; cum habeatur ratio K *b n* ad rectang. ſub *K m*, *K b*, & centri grauitatis vtriuſque diſtantia, ab ipſa K *m*; habetur ratio compoſita ex rationibus diſtantiarum & figurarum, ſed hæc eſt ratio ſolidorum genitorũ, per Poſit. 9. idem de quolibet alio ſegmento dictum ſit v. g. de *o b ſ*.

Coroll.

Hinc habentur genita ab *a d b*, *d e b*, *e f b*, ſeorſim; eſt autem genitum ab *e f b*, æquale genito ab *f i b*; item genitum a *b a f* circa *b b* reuoluta, habetur enim diſtantia centri *a b f*, ab ipſa *b b*; item genita a *d e b*, *e f b*, circa *b b* reuolutis; item a trapezio *b a f b*, & à quolibet alio, ex tradita regula generali.

Prop. XXX.

Habetur centrum grauitatis geniti tum a fig. cycloidis, tũ a quolibet ſegmento integro, circa baſim reuolutis; eſt enim in puncto, in quo baſis & axis decuſſantur; nempe centrum ſolidi geniti eſt in axe, qui per centra omniũ planorum ducitur; item in baſe figur. quæ per centra omniũ circulorũ etiã ducitur; igitur in concurſu vtriuſq. centrum geniti eſſe neceſſe eſt.

Propoſ. XXXI.

Habetur ratio ſolidi geniti a fig. ſemicycloidis, circa axem reuolutæ, ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis; ſint omnia vt ſupra. ſemicycloidis fig. *c b g*, circa axem *b c* reuoluta, genitum ab illa eſt ad cylindrum eiuſdem baſis & altitudinis, vt ſolidum ſub altitudine *c b*, procedens per quadrata *c g*, *o ſ*, *a f*, K *n* &c. ad parallelepipedum ſub altitudine *c b*, & baſi quadrato *c g*: vt enim parallelepipedũ eſt homogeneũ cylindro, ita prædictũ ſolidũ per quadrata procedens homogeneum genito a *c b g*, ſed ſcitur ratio prædicti ſolidi ad parallelepipedũ per Corol. 20. prop. 22. igitur inde habetur ratio prædicti geniti ad cylindrum, quam infra in calculis probabimus.

Coroll. I.

Hinc habentur multa ſolida genita, facta reuolutione circa *b c*. ſcilicet genitum a trilineo *b b g*, item genitum a fig. contenta curuis *b d c b f g*, ſublato genito a *b d c*; item genitum a fig. contenta curuis *b e c*, *b f g* & recta *c g*, ſublato genito a *b e c*, duplo geniti a *b d c*; itẽ genitum a *c a f g*; ſi enim ex parallelepipedo ſub altitudine *c a* & baſi quadrato *c g*, auferatur bis iſoparallelum ſub baſi trilineo *i g f*, & altitudine *c g*, minus ſolido ſub altitudine *i g*, procedente per quadrata ſub *f i*, *ſ t*, & alijs differentijs arcuum & ſinuum, reſiduum procedit per quadrata *c g*, *o ſ*, *a f*, hæc autẽ cognita ſunt per Coroll. 20. prop. 22. ſit autem vt Prædictum parallelepipedum ad prædictum reſiduũ, ita cylindrus genitus a *c i*, ad aliud ſolidum, hoc ipſum erit genitum à *c a f g*, quod prædicto reſiduo eſt homogeneum.

Coroll.

Digitized by Google

Hinc habetur centrum grauitatis *c b g*; nempe iam habetur illius diſtantia a baſi *c g*, per Prop. 26. habetur ratio genitorum, quę eſt cõpoſita ex ratione figurarum, quæ habetur, & ex ratione diſtantiarũ, quarum altera habetur, ſcilicet dimidia *e g*, igitur altera etiam habetur; datis enim duobus terminis cõpoſitæ, item duobus alterius rationis cõponentis, cũ tertio termino alterius, habetur quartus terminus eiuſdem, vt ſupra oſtenſũ eſt: igitur habetur perpendicalaris cadens à centro fig. in baſim *e g*, itẽ perpendicularis ab eodẽ cadens in axẽ *c b*; igitur habetur cõcurſus vtriuſq. in quo eſt centrũ fig. *c b g*.

Coroll. III.

Habetur etiam centrum trilinei *b b g*, quod eodem modo demõſtratur; item genitum ab eodem trilineo, circa *g b* reuoluto; habetur enim ratio compoſita diſtantiarum & figur. igitur ſolidorũ genitorũ; itẽ habetur centrũ trapezij *c a f g*, ſcilicet perpendicularis ab eo cadens in axem *c b*; igitur genitũ ab eodẽ trapezio, circa *g i* reuoluto, quo ſublato ex cylindro genito a *g a*, habetur genitum à trilineo *i f g*.

Prop. XXXII.

Habetur ſolidum genitum à ſegmento circa axem reuoluto, cuius baſis in centrum circuli genitoris cadit, ſit v.g. *a b f*; genitum ab eo eſt homogeneum ſolido, ſub altitudine *a b*, procedenti per quadrata ſub compoſitis ex arcubus & ſinubus: vt patet, eſt enim *a f* compoſita ex ſinu *a d* & arcu *d b*; item K *n* ex ſinu *K l* & arcu *l b* &c. ſcitur autem ratio huius ſolidi ad parallelepipedum eiuſdem altitudinis & baſis, igitur & prædicti geniti ab *a b f* ad cylindrum; ſcitur inquã prædicta ratio per Corol. 7. prop. 14. & Coroll. 20. pr. 22.

Coroll. I.

Hinc habetur centrum grauitatis ſegmenti *a b f*; quod etiã alio modo habetur, cognito ſcilicet centro totius fig. *c b g* & trapezij *c a f g*; Habetur etiã genitũ a *b f c*, duplum ſcilicet geniti ab *a b f*.

Coroll. II.

Habetur genitum a *d f b*, ſublato ſcilicet genito ab *a d b*: ac proinde centrum eiuſdẽ *d f b*; item genitum à fig. contenta curuis *b d e*, *b f e* ac eiuſdem fig. centrum; item genitum a trilineo *e f b*, ſublato genito ab *a e b* duplo geniti ab *a d b*, eiuſdemq. trilinei centrũ; itẽ genitum a lunula cõtenta curuis *b e c*, *b f c*, ſublato genito a *b e c*; habentur etiam centra figurarum, cognitis genitis.

Coroll. III.

Facta autem reuolutione circa *b g*, habetur genitum a trilineo

g b b.

Digitized by Google

g b b cuius habetur centrum; item à fig. *e b g*, propter eamdem rationem; item genitum à fig. contenta curuis *b d e*, *b f g*, & recta *e g*; item à fig. contenta curuis *b e e*, *b f g*, & recta *e g*; item genitum à prædicta lunula; item à trilineo *e g f*, vel *b h f*; quia ſcilicet cognoſcuntur centra.

Prop. XXXIII.

Secto ſolido quod procedit per rectangula, ſub ſinubus rectis & complementi, habetur ratio ſegmentorum; ſit prædictum ſolidum *a b d e*, de quo ſupra, procedens per ſegmenta *b a e*, *o b g*, &c. vel per rectãgula parallela *e g*, quod eſt ſub ſinu recto & cõplemẽti, vt oſtenſum eſt in Coroll. 2. Prop. 13. ſecetur plano *o h g*, cum ſit homogeneũ triang. *a f d*, ſunt ſegmenta ſolidi vt ſegmenta trianguli; hæc autem ſunt vt quadrata ſegmentorũ baſis *a b*, *b d*. igitur cognito toto ſolido, ocgnoſcuntur ſegmenta. Fig 16

Coroll. I.

Hinc ſecto ſolido per planum *e g*, cognoſcitur ſegmentũ interceptum planis *b a e*, *o b g*, ex quo ſi auferatur iſoparallelũ, ſub baſi *e f a*, & altitudine *a b*, cognoſcitur reſiduũ, cuius baſis eſt *e g* & alitudo *e b*.

Coroll. II.

Hinc ſolidi *a e e* ſecti plano *d b* ſegmenta cognoſcuntur; nempe habetur iſoparallelum, ſub baſi trapezio *a l K b*, & altitudine *a g*. ſegmentum verò ſub baſi *g i d b* & altitudine *g f* ſic haberi poteſt, cognoſcitur ſolidum procedens per ſectores parallelos *g i d* verſus *f e*, eſt homogeneum triangulo; igitur dimidium iſoparalleli ſub baſi ſectore *g i d*, & altitudine *g f*, cognoſcitur etiam ſolidum procedẽs per triangula parallela *g b d* verſus *f e*, eſt enim ſubduplum ſolidi cogniti, procedentis per rectangula ſub ſinubus rectis & complementi, per Cor. 1. igitur cognoſcitur ſegmentũ interceptũ planis *a e* & *b k*; quo ſublato ex toto ſolido *a e e*, habetur reſiduum ſegmentũ *d b e*. Fig. 17

Coroll. III.

Hinc ſolidum ſegmentum ſub baſe *g h d i*, & altitudine *g f*, eſt æquale iſoparallelo ſub baſi *K l n p*, & altitudine *l i*.

Coroll. IV.

Si redeamus ad figuram *c b g*, ſolidum procedens per rectangula ſub ſinubus & arcubus, id eſt ſub *a d*, *d f*, *K l*, *l m*, &c. eſt homogeneũ prædicto ſolido; hinc ſi ſecetur plano *l m*, habebitur ratio ſegmentorũ, vt ſupra; additoque ſolido procedente per quadrata ſinuum *a d*, *k l* cognito, habebitur ſolidũ procedens per rectangula ſub *a f*, *a d*, *k m*, *k l*; id eſt ſub ſinubus & compoſitis ex ſinubus & arcubus; habebitur etiam ſegmentorum ratio ducto plano *K m*. Fig. 14

Digitized by Google

Facta reuolutione circa axem, habetur genitum à fig. contenta ſemicycloide, & recta eidem ſubtenſa, ſit *e i g* ſemicyclois, ſit figura contenta curua *b f g* & recta *b g*, habetur ſolidũ ab ea genitum circa *b e* reuoluta, nẽpe ſi ex ſolido genito à *e b f g*, auferatur conus genitus à triangulo *e b g*, reſiduum dabit genitum à prædicta fig.

Coroll. I.

Hinc habetur centrum grauitatis prędictæ fig. item genitum à *d f b*, ſublato ſcilicet genito ab *a d b* cognito, ex genito ab *a f b* etiã cognito; hinc habetur genitum à *d fg*; item centrum grauitatis tũ *d f b* tum *d f g*.

Coroll. II.

Si ſit alia linea ſemicycloidis *g d b* communi ſubtenſa *b g*, centrum vtriuſque ſimul eſt in *a f*; cum vtriuſque applicatæ parallelæ *a f* & æquidiſtantes ſint æquales, igitur in puncto *d*, vt patet.

Coroll. III.

Hinc habetur genitum ab vtraq. ſimul ſumpta, eſt enim ad cylindrum genitum a *b g*, in ratione compoſita figurarum & diſtantiarũ; diſtantiæ ſunt æquales; nam centrum vtriuſque fig. eſt in *d*. igitur genita ſunt vt fig. rectangulũ eſt duplũ figuræ, igitur genitũ fig. eſt ſubduplũ geniti a rectangulo.

Coroll. IV.

Hinc genitum à prædicta figura eſt ſeſquialterum coni geniti à triangulo *b e g*, & ſubſeſquitertium geniti à triangulo *b g b*; hinc genitum ab vtroque trilineo ſimul ſumpto eſt æquale genito à figura, ſuntque genita vt figuræ cum centrum vtriuſque ſit in *d*.

Coroll. V.

Si voluatur prædicta fig. circa *e g* cum genitum à *e b g* ſit ad cylindrum vt 5. ad 8. id eſt vt 15. ad 24. erit genitum à prædicta fig. vt 12. ad 24. igitur genitum à trilineo *b e g* vt 3; & genitum à trilineo *g b b* vt 9. Hinc genitũ à dimidia figura contenta curua *b f g*, & recta *b g*, vt 7. quia genitum à triang. *g b b* vt 16. igitur genitum ab alia dimidia vt 5. Hinc vides proceſſionem per numeros impares. initio ducto à trilineo *b e g*, 3. 5. 7. 9. genitum denique ab *b g b* vt 21. porro in hoc, duo trilinea *e b g*, *g b b* conueniunt cum parabolicis, quod genitum ab vno ſit triplum geniti ab alio.

Schol.

Fig. 13 Sed ad calculationes venio. Sit cyclois integra *b a e*, licet enim ſupra figurę ſinuũ loco fuerit, nunc ſuppono eſſe cycloidem, quæ voluatur

luatur circa *b e*; vt *e a* circulum gignit. ita & aliæ omnes ordinatim applicatæ parallelæ; ſit *e a* axis fig.v.g. 14. *e b* baſis 44. iuxta rationẽ Archimedeam, ſit ſolidum homogeneum procedens per quadrata ſub diametris circulorum genitorum à prædictis ordinatim applicatis, ſub altitudine *e b*; vocetur homogeneum maius; ſit aliud, ſub altitudine *e e* procedens, per quadrata applicatarum parallelarum *e a*; vocetur homogeneum minus; hoc eſt ſuboctuplum maioris, vt patet: ſit iſoparallelum ſub baſi *b a e*, & altitudine *a i*, ſectum plano *e i b*, homogeneum minus eſt æquale ſuperiori fruſto; cum ſit duplum dimidij fruſti, nempe homogeneum procedit per quadrata, & ſemifruſtum per triangula, ſub eadem vtrumque altitudine *ee*; eſtque quodlibet quadratum, duplum ſui trianguli; porro ſit centrum grauitatis fig. *b a e* in K, ita vt *e K* ſit ad *e a*, vt 5. ad 12. erit prædictum fruſtum ad iſoparallelum vt 5. ad 12. igitur & homogeneum minus, vt 5. ad 12. igitur homogeneum maius vt 40. ad 12. id eſt vt 10. ad 3. cum igitur fig. *e a b* adæquet tres circulos ſub diametro *e a*, circulus ſub diametro dupla *e a* erit ad figuram *e a b* vt 4. ad 3. igitur cylindrus ſub baſi prædicto circulo, & altitudine *a i*, ad iſoparallelum vt 4. ad 3. igitur homogeneum maius ad hunc cylindrum vt 10. ad 4. vel 5. ad 2. ſed hic cylindrus eſt ad genitum à rectangulo ſub *b e*, *e a*, circa *e b* reuoluto, vt *e a* ad *e b*, id eſt vt 14. ad 44. igitur homogeneum maius erit ad genitum à prædicto rectangulo vt 35. ad 44. at parallelepipedum ſub baſi quadrato duplæ *e a*, & altitudine *e b*, eſt ad prædictum genitum vt 14. ad 11. id eſt vt 56. ad 44. & ad homogeneũ maius vt 56. ad 35. id eſt vt 8. ad 5. igitur homogeneum maius ad genitum à fig. *e a b* vt 35. ad 27 * id eſt vt 14. ad 11. igitur homogeneum maius ad cylindrũ ſub baſi circulo diametri *e a* & altitudine *a i*, erit vt 40. ad 4. id eſt vt 10. ad 1. igitur genitũ ab *e a b* ad cylindrum ſub baſi circulo genitore & altitudine *e a*, eſt vt 55. ad 14.

Sit vero *i y*, vel *d f*, 11. *e b* 14. parallelepipedũ ſub baſi quadrato *i y*, vel *d f*, & altitudine *i b*, erit 847. ductum in 3. 2541. Fig. 24

cubus ſub latere *i b*, erit 343 ductus in 3. 1029.

ſolidum procedens per quadrata arcuum *i y*, *x z*, &c. ſub altitudine *i b*, erit 392. ductum in 3. 1176.

ſolidum homogeneum ſphæræ procedens per quadrata ſinuum ſub altitudine *i b*, erit $228\frac{2}{3}$ ductum in 3. 686.

ſolidum procedens per rectangula ſub arcubus & ſinubus & ſub eadem altitudine *i b*. erit $297\frac{1}{2}$ ductum in 3. $892\frac{1}{2}$

differentia ſolidi vtriuſque, $206\frac{1}{2}$

addatur hæc differentia vltimo ſolido, erit aggregatum 1099.

auferatur hoc aggregatum ex ſolido procedente per

qua-

Digitized by Google

quadrata arcuum, reſiduum erit 77.
& hoc eſt ſolidum procedés per quadrata differentiarum arcus inter & ſinus.

Si ex parallelepido ſub quadrato *eg*, & altitudine *ea*, auferatur bis iſoparallelum ſub baſi trilineo *gif*, & altitudine *eg*, minùs ſolido procedente per quadrata *fi*, *fs*, ſcilicet per quadrata differentiarum, de quo ſupra, reſiduum erit ſolidum procedens per quadrata *eg*, *oſ*, *af*, ſcilicet, 9779.
Addatur ſolido, procedenti per quadrata arcuum bis ſolidum procedens per rectangula ſub arcubus & ſinubus, minùs ſolido procedente per quadrata ſinuum, eritque aggregatum procedens per quadrata *af*, *Kn*, &c. compoſitarum ex arcubus & ſinubus ſcilicet, 2275.
addatur vnum alteri, eritque ſolidum procedens per quadrata *eg*, *af* &c. 12054.
eſt autem parallepipedum ſub baſi quadrato *eg*, & altitudine *eb* 20328.
igitur parallelepipedum eſt ad ſolidum procedens per quadrata *eg*, *af*, &c, id eſt cylindrus genitus à rectangulo *eb*, ad genitum à fig. *ebg* circa *be* reuolutis, vt 484. ad 287.

* 1/3 Hinc ſi auferatur ex genito à fig. *ebg*, genitum à triangulo *cbg*, id eſt * geniti à *eb*, reſiduum dabit genitum à fig. contenta curuis *bfg* & recta *bg*, ſcilicet 125 * igitur genitum ab alia ſemiportione 116 * igitur genitum à trilineo *beg*, 45. igitur genitum ab alio trilineo 197.
* 2/3
* 1/3

Sublato autem bis ſolido, procedente per quadrata ſinuum, ex ſolido, quod procedit per quadrata *eg*, *af*, reſiduum erit 10682. igitur ſi genitum à *edfg* eſt 287. genitum à fig. contenta curuis *bde*, *bfg*, & recta *eg* erit 254. * & conſequenter genitum à ſemicirculo *edb*, 32. igitur genitum à *ceb*, 130 * igitur genitum à figura contenta curuis *bee*, *bfg* & recta 156. * eſt autem genitum à *eb* circa *eb* ad genitum circa *eg*, vt 847. ad 539. id eſt 484. ad 308. igitur genitum à *ebg* circa *be*, ad genitum à *cbg* circa *eg* vt 287. ad 192. * alio modo habetur genitum à trilineo *beg*, ſublato ſcilicet genito à fig. contenta curuis *bfg*. *bdg*, dimidio geniti à *eb*, ex genito à *ebg*, id eſt 242. ex 287. reſiduum 45. erit genitum à trilineo *beg*.
* 1/3
* 2/3
* 1/3
* 1/2

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

BIBLIOTECA